

ZAKŁÓCENIA W SYSTEMACH ELEKTROENERGETYCZNYCH

Wykład dla 3-go roku studiów kierunku "Elektrotechnika" specjalności "Elektroenergetyka"

Poniższy tekst oparto na fragmentach podręcznika

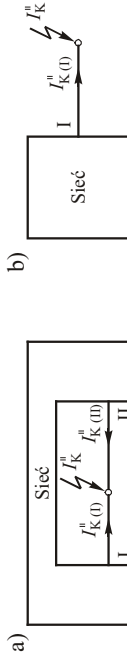
P. Kacajko, J. Machowski: „Zwarcia w systemach elektroenergetycznych”. WNT, 2002

PRZYCZYNY I SKUTKI ZWARĆ

W SEE jednym z najczęściej występujących stanów zakłóceńowych są zwarcia.

Zwarcie nazywa się połączenie dwu lub więcej punktów systemu elektroenergetycznego nieprzewidziane w normalnym stanie pracy, przy czym napięcia zwieranych punktów w stanie normalnym mają różne wartości. Za punkt systemu uważa się również ziemię. Połączenie to może nastąpić poprzez łuk elektryczny lub przedmiot o małej impedancji.

Prąd płynący bezpośrednio do punktu zwarcia nazywany jest *prądem zwarcia*. Wszystkie inne wielkości towarzyszące stanowi zwarcia (jak napięcia w innych punktach sieci, prądy płynące w elementach sieci lub odpowiadające im moce oraz impedancje mierzone przez przekładniki) nazywane są *wielkościami zwarciovymi*. Obliczenia związane ze stanami zwarcia nazywa się *obliczeniami zwarciovymi*.



Ilustracja pojęcia prądu zwarcia w miejscu zwarcia oraz prądu zwarciovego obciążającego dany aparat

Zwarcia można klasyfikować (dzielić na klasy) według rozmaitych kryteriów, np. liczby zwartych punktów, liczby zaangażowanych faz systemu 3-fazowego, położenia zwarcia względem jakiegoś konkretnego elementu systemu, istnienia w zwarciu (lub nie) małej impedancji, zaangażowania ziemi w zwarciu (lub nie) itp. Najczęściej wyróżnia się następujące klasy zwarcí:

- zwarcia pojedyncze i wielomiejscowe,
- zwarcia symetryczne i niesymetryczne,
- zwarcia jednoczesne i niejednoczesne,
- zwarcia zewnętrzne i wewnętrzne,
- zwarcia trwałe i przemijające,
- zwarcia bezimpedancyjne (zwane metalicznymi lub bezpośrednimi) oraz za pośrednictwem impedancji (zwane zwarciami oporowymi),
- zwarcia doziemne i bez udziału ziemi,
- zwarcia małoprądowe i wieloprądowe.

Zwarcia pojedyncze zachodzą w jednym miejscu sieci. W sensie przestrzennym przez *miejsce* rozumie się przekroję przez trzy fazy i ziemię. Zwarcia wielomiejscowe zachodzą w różnych miejscach sieci. Zależnie od liczby miejsc mówi się odpowiednio o zwarciach podwójnych, potrójnych itp.



Ilustracja: (a) pojęcia miejsca zwarcia oraz (b) zwarcia dwumiejscowego

Przy zwarcu symetrycznym wszystkie fazy symetrycznego systemu są jednakowo zaangażowane w zwarcie. W przypadku powszechnie stosowanego systemu 3-fazowego zwarcie symetryczne może być trójfazowe (rys.1.2a) lub trójfazowe z udziałem ziemi (linia przerywana na rys.1.2a). Zwarcia niesymetryczne (rys.1.2b,c,d) to zwarcia jednofazowe, dwufazowe oraz dwufazowe z ziemią. W przypadku zwarcí niesymetrycznych zwarcie nie są dotknięte wszystkie fazy. Fazę, która nie jest dotknięta zwarcie nazywa się *fazą zdrową*.



Rodzaje zwarcí: a) trójfazowe, b) jednofazowe, c) dwufazowe, d) dwufazowe z ziemią

Zwarcia jednoczesne zachodzą w tej samej chwili. Zwarcia niejednoczesne zachodzą w różnych chwilach, najczęściej odległych od siebie o czas odpowiadający niewielkiej części okresu sinusoidalnego napięcia.

Przez zwarcia wewnętrzne rozumie się zwarcia wewnątrz maszyn elektrycznych (generatory, transformatory, silniki) oraz wewnątrz aparatów elektrycznych. Zwarcia szyn rozdzielni, zacisków aparatów, przesłoki na izolatorach oraz zwarcia pomiędzy konstrukcjami wsporczy i przewodami linii traktowane są jako zwarcia zewnętrzne.

Podział na zwarcia małoprądowe i wieloprądowe stosowany jest w elektroenergetyce automatycznie zabezpieczeniowej. Zwarcia wieloprądowe są to wszystkie zwarcia wielofazowe oraz zwarcia jednofazowe (doziemne) w sieciach z uzziemionym punktem neutralnym. Zwarciami małoprądowymi są zwarcia jednofazowe (doziemne) w sieciach z punktem neutralnym izolowanym lub uzziemionym przez dławik kompensujący.

Wymienione klasy zwarcí są nie rozłączne tzn. dane zwarcie może należeć do dwu lub więcej klas. Przykładem może tu być zwarcie w linii WN dające się sklasyfikować jako: zewnętrzne, pojedyncze, wieloprądowe, doziemne, niesymetryczne, trwałe, bezimpedancyjne. Mówiąc o danym zwarciu zwykle nie ma potrzeby wymieniania jego możliwej przynależności do wszystkich możliwych klas.

Przynajmniej jedno z zwarcí można podzielić na *elektryczne* i *nieelektryczne*.

Do przyczyn elektrycznych można zaliczyć:

- przepięcia atmosferyczne,
- przepięcia łączeniowe,
- omyłki łączeniowe (np. przyłączenie napięcia do elementu celowo zwartego lub celowo uzziemionego),
- długotrwałe przeciążenia ruchowe (maszyn, kabli i przewodów izolowanych) powodujące przegrzanie izolacji i jej przebiecie.

Do przyczyn nieelektrycznych można zaliczyć:

- zawiłocenie izolacji,
- zniszczenie izolatorów,
- zbliżenia przewodów linii napowietrznych na wskutek ich kołysania wywołanego wiatrem lub nagłym opadnięciem sadzi,
- uszkodzenia mechaniczne (słupów, izolatorów, przewodów, kabli) wywołane robotami ziemnymi lub kataklizmami (powódź, pożar, wady fabryczne urządzeń),
- działanie zwierząt (duże ptaki lub gryzonie) bądź ludzi (celowe zarzucanie drutów zwierających przewody linii napowietrznych, niszczenie izolatorów, uszkodzanie kabli w celu pozyskania metali kolorowych),
- niefachowe obchodzenie się z urządzeniami elektrycznymi.

W liniach napowietrznych (mimo stosowania ochrony odgromowej) najczęstszą przyczyną zwarć są przepięcia atmosferyczne. Najczęściej występującymi zvarciami są zvarcia jednofazowe lub dwufazowe z ziemią powstające ze zvarcia jednofazowego w wyniku przeniesienia się łuku na drugą fazę.

Skutki zwarć mogą mieć znaczenie tylko lokalne (dla uszkodzonych elementów systemu) lub szersze dla obszaru systemu (z udziałem elementów sąsiadujących z elementem uszkodzonym) a nawet dla całego systemu. Do najważniejszych skutków zwarć można zaliczyć:

- Silne nagrzewanie dużym prądem zvarciowym, co przyspiesza starzenie izolacji maszyn elektrycznych i kabli, a w przypadku linii napowietrznych może być przyczyną powstania nadmiernych zwiśos przewodów (dla przykładu prąd zvarcia rzędu 63 kA na rezystancji 1Ω podczas zvarcia trwającego 0,1s wydziela energię około 400 MJ).
- Powstawanie dużych sił dynamicznych między częściami wiodącymi prądu zvarciowe, co może być przyczyną deformacji szynoprzewodów lub pęknięć izolatorów wsporczych (oddziaływanie dynamiczne prądu zvarciowego rzędu kilkudziesięciu kA na przewody znajdujące się w bliskiej od siebie odległości jest rzędu tysięcy niutonów).
- Niszczenie żelbetonowej konstrukcji słupów (w stacjach średnich napięć pracujących z izolowanym punktem neutralnym). W przypadku sieci SN pracujących z izolowanym punktem neutralnym zvarcia jednofazowe (doziemiennia) nie powodują wprowadzanie dużych prądów zvarcia lecz mogą doprowadzić do zniszczenia słupów żelbetonowych. Nawet nieduży prąd zvarciowy płynąc długo przez zbrojenie słupa powoduje kumulowanie się ciepła i tak silny wzrost temperatury, że może dojść do wytopienia się zbrojenia, co bardzo osłabia konstrukcję słupa. W razie pojawienia się wichury tak uszkodzone słupy przewracają się na ziemię zrywając linie oraz powodując zvarcia wielofazowe.
- Powstawanie niebezpiecznych napięć między bliskimi punktami ziemi (napięcie krokowe) oraz napięć na częściach normalnie nie będących pod napięciem (napięcie dotykowe). Jest to szczególnie groźne w przypadku sieci z uzziemionym punktem neutralnym. Dla przykładu jeśli w wyniku zvarcia na słupie linii WN przepływa do ziemi prąd 5 kA, a rezystancja układu uziumowego jest np. 5Ω (wartości spotykane w krajowej sieci WN), to spadek napięcia na uzimocie wyniesie ok. 25 kV. Wiąże się to oczywiście z dużym zagrożeniem porażeniowym ludzi i zwierząt przebywających w pobliżu słupa, o ile rozkład napięcia na uzimocie nie został właściwie ukształtowany poprzez jego konstrukcję.
- Powstawanie przepięć ziemnozvarciowych towarzyszących zvarciom łukowym, co jest szczególnie groźne w stacjach SN z izolowanym punktem neutralnym.

- Powstawanie zakłóceń elektromagnetycznych oddziaływujących na urządzenia telekomunikacyjne.
- Możliwość zniszczenia wyłącznika przy wylączeniu lub złączeniu na zvarcie (o ile wyłącznik nie został odpowiednio dobrany do warunków zvarciowych).
- Możliwość utraty stabilności systemu przez utratę synchronizmu generatorów bliskich miejsc zvarcia. Zvarcia w sieciach WN w pobliżu szyn elektrowni mogą spowodować utratę stabilności systemu. Spowodowane jest to faktem, że w trakcie zvarcia blokowany jest przepływ mocy czynnej z generatorów do systemu i moc mechaniczna ich turbin zostaje zużyta na rozprędzanie wirników. Przy dużych przyspieszeniach może to doprowadzić do wypadnięcia generatorów z synchronizmu. Zagadnienia te stanowią odrębną dziedzinę wiedzy.

Biorąc pod uwagę wymienione skutki zwarć, nie dziwi dążenie do zminimalizowania czasów trwania zwarć. Wykrywaniem zwarć zajmuje się elektroenergetyczna automatyka zabezpieczeniowa. W przypadku urządzeń małej mocy niskiego oraz średniego napięcia zvarcia wyłączane są przez odpowiednio dobrane bezpieczniki. W przypadku urządzeń dużych mocy SN oraz sieci i urządzeń WN zvarcia wykrywane są przez zabezpieczenia a uszkodzone elementy wyłączane przez wyłączniki.

Aby elementy systemu (np. wyłączniki, szyny, przewody) nie uległy zniszczeniu pod wpływem termicznego lub dynamicznego działania prądu zvarciowego muszą być odpowiednio zaprojektowane a także przetestowane w laboratoriach posiadających odpowiednie stanowisko do prób zvarciowych. Fizycznym testom (próbom zvarciowym) poddaje się głównie aparaty elektryczne sprawdzając ich wytrzymałość cieplną i mechaniczną oraz zdolności łączeniowe.

CELE OBLICZEŃ ZWARCIOWYCH

Obliczenia zvarciowe należą do grupy najczęściej wykonywanych obliczeń, do których zalicza się: rozpyły mocy w systemie, analiza zwarć, badanie stabilności systemu. Obliczenia te powinny być znane wszystkim inżynierom zajmującym się analizą pracy SEE.

W literaturze krajowej spotyka się także termin *obliczanie prądów zvarciowych*, którego zasięg jest nieco węższy niż terminu *obliczenia zvarciowe*. W praktyce, oprócz prądów towarzyszących zvarciom, interesujące są napięcia w wybranych węzłach, charakterystyczne impedancje oraz inne parametry. Dlatego też w dalszych rozważaniach stosowany będzie termin *obliczenia zvarciowe*.

Zvarcia wpływają na pracę urządzeń pierwotnych i wtórnych systemu elektroenergetycznego i z tego względu obliczenia zvarciowe niezbędne są zarówno w trakcie projektowania jak i eksploatacji systemu. W szczególności wyniki obliczeń zvarciowych są potrzebne do takich czynności jak:

- dobór przyrządów (urządzeń) elektroenergetycznych ze względu na ich wytrzymałość zvarciową – mechaniczną i cieplną,
- projektowanie odpowiednich układów połączeń elektrycznych (konfiguracji) sieci z uwagi na spodziewane prądy zvarciowe,
- projektowanie szyn zbiorczych w rozdzielniach,
- dobór przekrojów przewodów i żył kabli,
- wybór metod i specjalnych środków ograniczających prądy zvarciowe (o ile okaza się niezbędne),
- dobór nastawień i analiza warunków pracy automatyki zabezpieczeniowej,
- projektowanie i analiza skuteczności systemu ochrony przeciwporażeniowej,
- określenie oddziaływania prądów zvarciowych na pracę urządzeń elektrycznych i elektronicznych.

W praktyce inżynierskiej najczęściej wykonuje się obliczenia dla najprostszych przypadku pojedynczych zwarć bezpośrednich. Czasami obliczenia zwarciowe ogranicza się dodatkowo tylko do zwarć symetrycznych (trójfazowych).

ZAGADNIENIA ZWARCIOWE W STATYSTYCE

Ogólnie można powiedzieć, że gros awarii w energetyce to awarie w sieciach elektroenergetycznych a spora w nich część to zwarcia:

- awarie w sieciach – 74%
- awarie w częściach elektrycznych stacji – 14,6%
- awarie w urządzeniach mechanicznych i cieplnych – 11,4%

W liniach napowietrznych większość zwarć stanowią zwarcia jednofazowe. Ponadto większość zwarć dwufazowych z ziemią rozwija się ze zwarć jednofazowych.

Częstość występowania poszczególnych rodzajów zwarć

Rodzaj zwarcia	Oznaczenie	Częstość w %
Jednofazowe	K1	65
Dwufazowe z ziemią	K2E	20
Dwufazowe	K2	10
Trójfazowe bez lub z ziemią	K3 lub K3E	5

Zwarcia w sieciach 220kV i 400kV w Polsce

Liczba zwarć w latach	razem w latach 1994-1998	% udział
K1	558	86,8
K2E	28	4,4
K2	20	3,1
K3	13	2,0
bez określenia liczby faz	24	3,7
Razem	643	100

JEDNOSTKI WZGLĘDNE

Jednostki względne stosowane są w wielu dziedzinach nauki i techniki a niektóre z nich przeniknęły do życia codziennego. Najprostszy przykładem są procenty, polegające na odniesieniu danych parametrów do całości z pomnożeniem przez sto.

Zastosowanie jednostek względnych (p.u. - ang. *per unit*) polega ogólnie na przeliczeniu parametrów lub zmiennych opisujących dany obiekt z wielkości mianowanych do wielkości niemianowanych przy zastosowaniu wielkości bazowej:

$$w_{pu} = \frac{w}{w_b} \quad (1.1)$$

w którym w_{pu} - wielkość (lub parametr) w jednostkach względnych (p.u.), w - wielkość (lub parametr) w jednostkach mianowanych, w_b - wielkość bazowa nazywana też wielkością odniesienia.

Wielkości (parametry) wyrażone w jednostkach względnych mogą być jednoznacznie przeliczone do jednostek mianowanych:

$$w = w_{pu} w_b \quad (1.2)$$

W elektrotechnice stosowanie jednostek względnych jest powszechne. Można wyróżnić dwie istotne przyczyny ich wprowadzenia:

1. Jednostki względne umożliwiają porównywanie urządzeń podobnych technicznie lecz różniących się wielkością lub pochodzących od różnych producentów. Dotyczy to zwłaszcza maszyn elektrycznych (generatory, transformatory, silniki), dla których parametry wyrażone w jednostkach względnych są zbliżone dla maszyn różnej mocy lecz podobnej konstrukcji zaś różnią się gdy cechy konstrukcyjne porównywanych maszyn są inne.

2. Jednostki względne ułatwiają obliczenia i pomagają uniknąć pomyłek przy prowadzeniu obliczeń dla wielu urządzeń pracujących na różnych poziomach napięć, co ma miejsce w przypadku systemów elektroenergetycznych.

Gdy obiekty opisany jest przez wiele wielkości i parametrów to sposób ich przeliczenia do jednostek względnych musi być ściśle zgodny z prawami fizyki odnoszącymi się do tego obiektu. Przykładem może tu być powiązanie dwóch wielkości $w^{(1)}$, $w^{(2)}$ stałą zależnością typu $w^{(1)} = \alpha_{12} w^{(2)}$. Wielkość bazową można wtedy wybrać tylko dla jednej z wielkości, gdyż obie wielkości bazowe $w_b^{(1)}$, $w_b^{(2)}$ muszą również spełniać tę samą zależność, czyli:

$w_b^{(1)} = \alpha_{12} w_b^{(2)}$. Innym przykładem jest powiązanie trzech wielkości związką typu $w_b^{(1)} = \alpha_{123} w_b^{(2)} w_b^{(3)}$. Wtedy wielkości bazowe $w_b^{(1)}$, $w_b^{(2)}$, $w_b^{(3)}$ można wybrać tylko dla dwóch z wielkości, gdyż trzecia wynika z zależności $w_b^{(1)} = \alpha_{123} w_b^{(2)} w_b^{(3)}$.

Przykład

W maszynach elektrycznych winiących (silnik, generator) występuje duża liczba wielkości i parametrów elektrycznych i mechanicznych takich jak: moc, napięcie, prąd, rezystancje, reaktancje (impedancje), indukcyjności, strumienie, prędkość obrotowa, moment obrotowy. Wszystkie te wielkości powiązane są z sobą podstawowymi prawami elektrotechniki i mechaniki. Mimo tak dużej ilości rozmaitych wielkości można przyjąć tylko trzy wyjściowe wielkości bazowe:

Zwykle przyjmuje się: fazowe napięcie bazowe $U_{b,ph}$, moc bazową (na jedną fazę) $S_{b,ph}$ oraz czas bazowy t_b .

Pozostałe wielkości bazowe można wyrazić w następujący sposób:

- dla prądu $I_b = S_{b,ph} / U_{b,ph}$,
- dla impedancji, rezystancji i reaktancji $Z_b = U_{b,ph} / I_b = U_{b,ph}^2 / S_{b,ph}$,
- dla prędkości katowej i pulsacji $\omega_b = 1 / t_b$,
- dla indukcyjności $L_b = U_{b,ph} t_b / I_b = Z_b t_b$,
- dla strumienia $\Phi_b = L_b I_b = U_{b,ph} t_b$,
- dla momentu obrotowego (pochodzącego od 3 faz) $m_b = 3 S_{b,ph} / \omega_b$.

W przypadku urządzeń 3-fazowych należy pamiętać, że między napięciami międzyfazowym U a napięciem fazowym U_{ph} zachodzi zależność $U = \sqrt{3} U_{ph}$. Jeśli jako napięcie bazowe dla napięcia międzyfazowego zostanie przyjęte U_b to wtedy dla napięcia fazowego napięcie bazowe musi mieć wartość $U_{b,ph} = U_b / \sqrt{3}$. Oczywiście oba napięcia (międzyfazowe i fazowe) w jednostkach względnych są sobie równe, gdyż:

$$U_{pu} = \frac{U}{U_b} \quad \text{oraz} \quad U_{pu,ph} = \frac{U_{ph}}{U_{b,ph}} = \frac{U \sqrt{3}}{\sqrt{3} U_b} = \frac{U}{U_b} = U_{pu} \quad (1.3)$$

Dla urządzeń 3-fazowych jako jednostki bazowe wyjściowe można przyjąć (jak w powyższym przykładzie) napięcie fazowe oraz moc jednej fazy ($U_{b,ph}$, $S_{b,ph}$) lub też napięcie międzyfazowe oraz moc trzech faz (U_b , S_b). Dla obu tych par wielkość bazowa prądu różni się o $\sqrt{3}$, zaś wzory na wielkość bazową impedancji są takie same i nie zawierają $\sqrt{3}$. Ilustruje to tablica.

Porównanie dwóch par bazowych wielkości wyjściowych

Wielkości bazowe wyjściowe	Wielkości bazowe	
	Prądu	Impedancji
Na fazę $U_{b,ph}, S_{b,ph}$	$I_b = \frac{S_{b,ph}}{U_{b,ph}}$	$Z_b = \frac{U_{b,ph}^2}{I_b} = \frac{U_{b,ph}^2}{S_{b,ph}}$
Trzech faz U_b, S_b	$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b}$	$Z_b = \frac{U_b}{\sqrt{3} I_b} = \frac{U_b^2}{S_b}$

Dla transformatorów oraz dla sieci jako wyjściowe jednostki bazowe przyjmuje się napięcie bazowe oraz moc bazową - zwykle w przeliczeniu na trzy fazy oraz napięcie międzyfazowe (druga para w powyższej tabelce).

W przypadku maszyn elektrycznych (generatory, transformatory, silniki) jako napięcie i moc bazową przyjmuje się z reguły odpowiednio napięcie znamionowe (fazowe lub międzyfazowe) oraz moc znamionową (na fazę lub trójfazową):

$$U_b = U_r \quad \text{oraz} \quad S_b = S_r \quad (1.4)$$

lub

$$U_{b,ph} = U_r / \sqrt{3} \quad \text{oraz} \quad S_{b,ph} = S_r / 3 \quad (1.5)$$

Parametry (dane) katalogowe podawane są w przeliczeniu na wielkości bazowe (1.4)(1.5), czyli w przeliczeniu na napięcie i moc znamionową. Czasami wielkości w jednostkach względnych mnoży się przez 100 zamieniając je na wielkości procentowe w odniesieniu do wielkości znamionowych. Przykładowo wartość procentowa $X_d\% = 165\%$ odpowiada w jednostkach względnych wartości $X_{d,pu} = 1,65$.

Parametry (dane) katalogowe linii elektroenergetycznych podawane są z reguły w jednostkach mianowanych w przeliczeniu na 1km długości linii i na fazę. Dla przykładu reaktancja wzdłużna linii: $x_L = 0,4 \Omega/\text{km}/\text{fazę}$. W sieciach linie pracują na różnych poziomach napięć i do przeliczenia ich parametrów na jednostki względne jako napięcia

bazowe zwykle przyjmuje się napięcie znamionowe sieci (międzyfazowe) oraz jedną moc bazową (trójfazową) wspólną dla całej analizowanej sieci.

Aby można stworzyć wspólny schemat sieci obejmujący linie, transformatory i generatory a następnie dla takiego schematu napisać równania węzłowe należy parametry wszystkich transformatorów, generatorów i linii przeliczyć do wspólnych jednostek względnych. Najprościej jest jako wspólne wielkości bazowe użyć jednostki bazowe przyjęte dla linii, czyli napięcia znamionowe sieci oraz wspólną moc bazową. Dla rozróżnienia od wielkości bazowych generatorów i transformatorów takie wspólne wielkości bazowe można zapisać np. w nawiasach kwadratowych $[U_b]$, $[S_b]$.

Sposób przeliczenia wielkości (danych) z jednych jednostek do drugich jest prosty i opiera się na użyciu wzoru (1.2) do przeliczenia na jednostki mianowane oraz wzoru (1.1) do przeliczenia na nowe (wspólne) jednostki względne. Przykładowo impedancję transformatora podaną w jednostkach względnych $Z_{T,pu}$ transformatora przelicza się na wspólne jednostki względne sieciowe $Z_{T,[pu]}$ w następujący sposób:

$$Z_{T,[pu]} = \frac{Z_{T,pu} Z_b}{[Z_b]} = Z_{T,pu} \frac{Z_b}{[Z_b]} = Z_{T,pu} \frac{U_{rT}^2 [S_b]}{[U_b]^2 S_{rT}} \quad (1.6)$$

Warto tu jeszcze dodać, że w uproszczeniach obliczeniach zwraciovych jako napięcie bazowe $[U_b]$ dla sieci można przyjąć nie napięcie znamionowe sieci $[U_b] = U_n$ lecz wartość o 5% większą, czyli $[U_b] = 1,05 U_n$. Wynika to z faktu, że w napięcia znamionowe transformatorów sieciowych są zwykle o 5% większe od napięć znamionowych sieci, czyli $U_{rT} \approx 1,05 U_n$. W takim wzór (1.6) upraszcza się do postaci

$$Z_{T,[pu]} = \frac{Z_{T,pu} Z_b}{[Z_b]} = Z_{T,pu} \frac{[S_b]}{S_{rT}} \quad (1.7)$$

gdry napięcia U_{rT} oraz $[U_b]$ upraszczają się. Ponadto dla tak przyjętego napięcia bazowego $[U_b] = U_{rT} \approx 1,05 U_n$ w schemacie zastępczym transformatora przeliczonym do jednostek względnych można pominąć przekładnię transformatora. Uproszczonego schemat zastępczy transformatora sprowadza się wtedy do reakcji zastępczej transformatora, co ułatwia obliczenia.

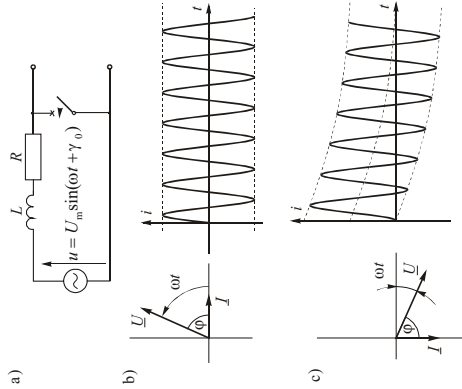
W obliczeniach zwraciovych prowadzonych ręcznie zwykle jako wspólną moc bazową przyjmuje się $[S_b] = 100 \text{ MVA}$ lub $[S_b] = 1000 \text{ MVA}$. Jest to podyktowane łatwością dzielenia przez 100 lub 1000 oraz dążeniem do pewnej nieformalnej unifikacji. Ogólnie jednak dobór wielkości mocy bazowej jest dowolny.

PRZEBIEGI ZWARCIOWE I CHARAKTERYZUJĄCE JE WIELKOŚCI

W tym wykładzie omówione zostaną zjawiska elektromagnetyczne towarzyszące zwarciom.

Zwarcie źródła napięcia prądu przemiennego

Omawiany obwód ma impedancję $Z = (R + jX)$. Źródłem jest napięcia sinusoidalnego $u(t) = U_m \sin(\omega t + \gamma_0)$, przy czym ω jest pulsacją, zaś γ_0 kątem położenia fazyora napięcia w chwili $t=0$. Zakłada się, że w chwili odpowiadającej temu kątowi obwód jest zwierny za pomocą łącznika na wyjściu układu. Przed zwarciem obwód nie jest obciążony, czyli są zerowe warunki początkowe $i(t=0_-) = 0$.



Rys. Obwód i prądy zwarciove (a) schemat zastępczy, (b) prąd zwarcia przy braku składowej nieokresowej, (c) prąd zwarcia przy maksymalnej wartości składowej nieokresowej

Zgodnie z drugim prawem Kirchhoff'a omawiany obwód w stanie zwarcia może być opisany następującym równaniem:

$$U_m \sin(\omega t + \gamma_0) = L \frac{di}{dt} + Ri \tag{1}$$

Jest to równanie liniowe i może być rozwiązane analitycznie. Dla zerowych warunków początkowych otrzymuje się:

$$i(t) = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \gamma_0 - \varphi) - \frac{U_m}{Z} \sin(\gamma_0 - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{2}$$

gdzie $\varphi = \arctan(X/R)$ jest argumentem impedancji oraz kątem przesunięcia prądu względem napięcia, $\tau = X/\omega_0 R$ jest stałą czasową obwodu zwarciovego.

Pierwszy składnik tego wzoru odpowiada składowej okresowej prądu zwarciovego, zaś drugi składnik odpowiednio składowej nieokresowej.

Składowa okresowa wymuszana jest w obwodzie zwarcia przez źródło napięcia. Składowa nieokresowa pochodzi z energii magnetycznej zawartej w cewce w momencie zwiarcia obwodu. Składowa ta uzupełnia składową okresową do takiej wartości aby w momencie zwarcia zachowana była ciągłość prądu $i(t=0_-) = i(t=0_+)$, czyli ciągłość energii zgmagazynowanej w cewce.

W omawianym przykładzie dla zwarcia występującego przy $\gamma_0 = \varphi$ składowa nieokresowa nie występuje, gdyż przy takim ustawieniu fazorów w chwili $t = 0_+$ składowa okresowa jest równa zero, czyli wartości prądu w chwili $t = 0_-$. Przebieg prądu ilustruje rys.b.

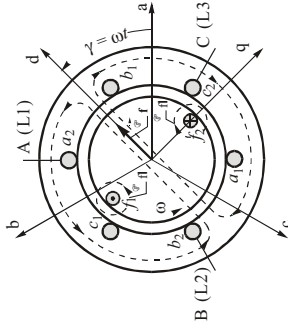
Gdy zwarcie występuje w momencie odpowiadającym $(\gamma_0 - \varphi) = -\pi/2$ składowa okresowa prądu w chwili $t = 0_+$ przyjmuje największą wartość ujemną (rys.c). Dla zachowania ciągłości prądu w obwodzie powstaje składowa nieokresowa, która dodaje się do składowej

okresowej. W rezultacie $i(t=0_+) = 0$. Gdy składowa okresowa zmienia znak na dodatni i dodaje się do składowej nieokresowej i wtedy prąd $i(t)$ osiąga największą możliwą wartość chwilową. Największa chwilowa wartość prądu zwarciovego nazywana jest udarowym prądem zwarcia i jest oznaczana i_p . Składowa nieokresowa zanika ze stałą czasową τ . Jeśli stała czasowa jest duża to składowa nieokresowa zanika powoli i udarowy prąd zwarcia osiąga wartość bliską dwukrotnej amplitudy składowej okresowej (rys.c).

Zwarcie generatora synchronicznego przy pominięciu rezystancji uzwojeń

Wystąpienie zwarcia symetrycznego (trójfazowego) na zaciskach generatora jest prawdopodobne tylko w przypadku małych generatorów, których moc wyprodukowana jest kablami. W przypadku generatorów dużej mocy zwarcie takie jest mało prawdopodobne, gdyż z dużych generatorów moc wyprodukowana jest jednofazowymi szynoprzewodami w oddzielnych obudowach (ekranach).

Omówienie tego zwarcia jest istotne dla zrozumienia przebiegów zwarciowych w sieci.



Rys. Strumienie w stanie biegu jałowego generatora

Dla uproszczenia rozpatrzone będzie najpierw przypadek zwarcia generatora nie obciążonego, czyli znajdującego się w stanie jałowym. Ilustrację podano na rys. Przyjmuje się, że generator jest wzbudzony, a jego wirnik obraca się z prędkością synchroniczną ω_s .

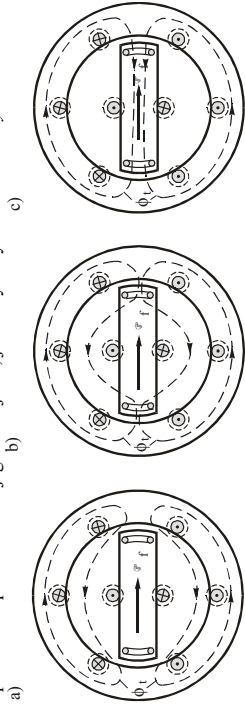
Strumień wzbudzenia Φ_f wirujący razem z wirnikiem przecina uzwojenia poszczególnych faz pod kątem zmieniającym się w czasie. Z tego względu wartości tego strumienia skojarzone z uzwojeniami poszczególnych faz $\Psi_{fA}, \Psi_{fB}, \Psi_{fC}$ zmieniają się indukując w uzwojeniach napięcia U_{fA}, U_{fB}, U_{fC} . Napięcie indukowane w każdej fazie jest sinusoidalne i osiąga wartość maksymalną U_{fm} wówczas, gdy oś q wirnika pokrywa się z osią danej fazy. Na płaszczyźnie zmiennej zespolonej.

Obrazy strumieni i reakcje zastępcze

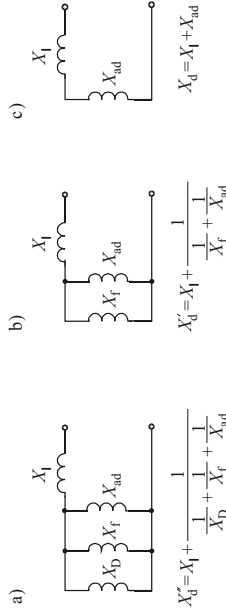
Przed zwarciem (w stanie jałowym generatora) z uzwojeniami wirnika skojarzony jest strumień wzbudzenia. W pierwszej chwili zwarcia prądy uzwojeń wirnika zwiększają się tak, że odpowiadający im strumień kompensuje w wirniku strumień pochodzący od uzwojeń stojana. Można to interpretować też w ten sposób, że uzwojenia wirnika wypychają strumień stojana poza wirnik i nie dopuszczają do zmiany skojarzeń magnetycznych. Mówi się też, że w stanie nieustalonym uzwojenia wirnika działają ekranująco na strumień stojana. Stan generatora synchronicznego, w którym strumień stojana jest całkowicie wypchnięty poza wirnik, jest nazywany *stanem podprzebieciowym*.

Wskutek rozproszenia energii na rezystancjach uzwojeń wirnika prądy podtrzymujące skojarzenia magnetyczne zanikają i stan podprześciowy nie może się utrzymać. Najwyższej zanikają prądy w uzwojeniach tłumiących, gdyż ich duże stałe czasowe są małe (duże rezystancje). Już po krótkim czasie od wystąpienia zwarcia uzwojenia te nie „przeciwstawiają” się wejściu strumienia stojana w nabiegunkowi wirnika. Strumień ten jest jednak wypychany przez uzwojenie wzbudzenia, w którym prądy zanikają dużo wolniej. Stan, w którym strumień stojana jest wypychany tylko poza uzwojenie wzbudzenia, jest nazywany *stanem przejściowym*.

Po zaniku prądu nieustalonego w uzwojeniu wzbudzenia strumień stojana może przejść przez cały wirnik i zamknąć się przez drogę o małej reluktancji. Stan, w którym strumień stojana jest przechodzi przez wirnik i jego uzwojenia, jest nazywany *stanem ustalonym*.



Rys. Droga strumienia twornika w stanie: a) podprześciowym (ekranujące działanie klatki tłumiącej i uzwojenia wzbudzenia); b) przejściowym (ekranujące działanie tylko uzwojenia wzbudzenia); c) ustalonym (bez ekranującego działania uzwojeń wirnika).



Rys. Reaktancje zastępcze maszyny synchronicznej w stanach: a) podprześciowym; b) przejściowym; c) ustalonym

Na rysunku tym przyjęto następujące oznaczenia:

X_r - reaktancja odpowiadająca drodze rozproszenia strumienia wokół uzwojeń stojana, nazywana *reaktancją rozproszenia*;

X_{ad} - reaktancja odpowiadająca drodze przez szczelinę między stojanem a wirnikiem, nazywana *reaktancją oddziaływania twornika*;

X_D - reaktancja odpowiadająca drodze obejścia uzwojeń tłumiących (w jednostkach względnych reaktancja ta i reaktancja klatki tłumiącej są sobie równe);

X_T - reaktancja odpowiadająca drodze obejścia uzwojenia wzbudzenia (w jednostkach względnych reaktancja ta i reaktancja uzwojenia wzbudzenia są sobie równe).

Wypadkowe reaktancje w poszczególnych stanach nazywa się odpowiednio:

X''_d - reaktancją podprześciową wzdłużną;

X'_d - reaktancją przejściową wzdłużną;

X_d - reaktancją synchroniczną wzdłużną.

Z omawianych schematów wynika, że między zastępczymi reaktancjami maszyny synchronicznej zachodzi: $X''_d < X'_d < X_d$. W przypadku dużych maszyn reaktancja podprześciowa jest około dwukrotnie mniejsza od reaktancji przejściowej oraz około dziesięciokrotnie mniejsza od reaktancji synchronicznej.

Zanikanie składowej okresowej

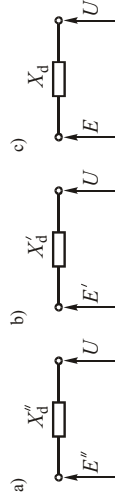
W każdym z omawianych stanów generatorowi można przyporządkować zastępcze źródło napięciowe o odpowiedniej reaktancji X''_d, X'_d, X_d . Zastępcze siły elektromotoryczne (sem) E''_q, E'_q, E_q tych źródeł są proporcjonalne do odpowiednich skojarzeń magnetycznych charakterystycznych dla tych stanów:

E_q - sem synchroniczna proporcjonalna do strumienia wytworzonego przez prąd w uzwojeniu wzbudzenia.

E'_q - sem przejściowa proporcjonalna do wypadkowego strumienia skojarzonego z uzwojeniem wzbudzenia z uwzględnieniem strumienia stojana ingerującego w wirnik.

E''_q - sem podprześciowa proporcjonalna do sumy strumieni skojarzonych z uzwojeniem wzbudzenia i uzwojeniem tłumiącym z uwzględnieniem strumienia stojana ingerującego w wirnik.

Korzystając z reaktancji zastępczych oraz zastępczych sił elektromotorycznych generatora dla każdego z trzech charakterystycznych stanów generatora można utworzyć schemat zastępczy generatora.



Rys. Schematy zastępcze maszyny synchronicznej w stanach: a) podprześciowym; b) przejściowym; c) ustalonym

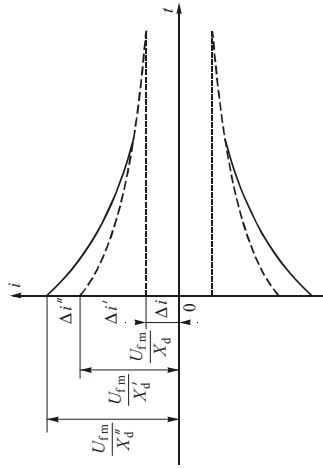
Obwiednię składowych okresowych prądu zwarcioowego otrzymuje się przez dodanie trzech składowych, z których każda zanika z inną stałą czasową, co ilustruje rys. Zanikanie składowej okresowej:

τ''_d - stała czasowa podprześciowa (zależy od parametrów klatek tłumiących),

τ'_d - stała czasowa przejściowa (zależy od parametrów uzwojenia wzbudzenia).

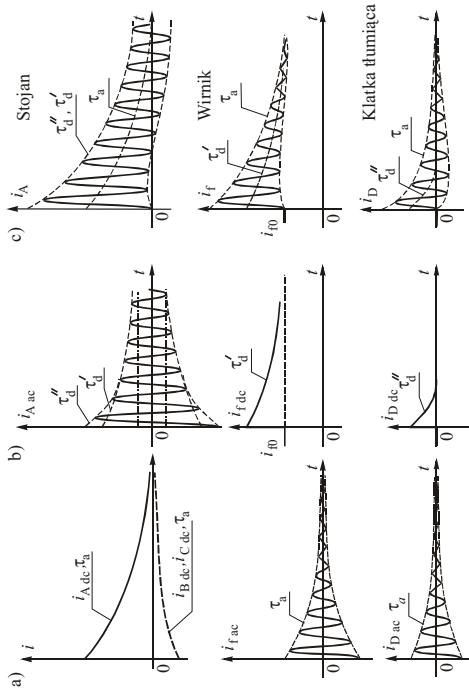
Zanikanie składowej nieokresowej:

τ_a - stała czasowa obwodu stojana.



Rys.. Konstrukcja obwiedni składowych okresowych prądów zwarcia

Przykład przy maksymalnej wartości składowej nieokresowej.



Rys. Przebiegi prądów z uwzględnieniem odpowiednich stałych czasowych: a) składowe nieokresowe prądów zwarcia oraz odpowiadające im składowe okresowe prądów uzwojeń wirnika; b) składowa okresowa prądu fazy A oraz składowe nieokresowe prądów wirnika odpowiadające składowym okresowym prądów zwarcia; c) wypadkowy prąd fazy A oraz wypadkowe prądy uzwojeń wirnika
Rysunek (c) jest wypadkową rysunków (a), (b).

Warto zauważyć, że jeśli $\tau_d'' > \tau_a$, to prąd i_f w uzwojeniu wzbudzenia oscyluje powyżej wartości i_{f0} . Jeśli $\tau_d'' < \tau_a$, to prąd i_D w uzwojeniu tłumiacym przyjmuje wartości ujemne.

Istotne jest także, że jeśli $\tau_a > \tau_d'$, to prąd zwarciaowy i_A fazy A przez pewien czas przyjmuje wartości dodatnie i nie osiąga wartości równej zero. Jest to zjawisko typowe dla generatorów wielkiej mocy dla których rezystancja obwodu stojana jest bardzo mała i stała τ_a jest duża. O wartości tej stalej decyduje rezystancja i reaktancja całego obwodu zwarcia.

Gdyby przyjąć, że zwarcie nie jest na zaciskach generatora lecz na zaciskach transformatora blokowego po stronie wysokiego napięcia to wskutek rezystancji uzwojeń transformatora stała τ_a dla obwodu zwarcia byłaby sporo mniejsza i prąd zwarcia miałby inny przebieg - w wyniku szybkiego zamknięcia składowej nieokresowej prąd zwarcia przeszedłby przez zero już w pierwszym okresie.

Wpływ asymetrii magnetycznej wirnika

W przypadku gdy generator jest obciążony strumień reakcji twornika przechodzi przez wirnik pod pewnym kątem nazywanym kątem obciążenia. Taki strumień (względem osi wirnika) można rozłożyć na składową wzdłużną i poprzeczną.

Na drodze składowej poprzecznej strumienia stojana można wyróżnić odcinki analogiczne jak dla składowej wzdłużnej, a im przyporządkować reaktancje czaszkowe i następnie utworzyć z nich następujące reaktancje zastępcze:

X_q'' - reaktancja podprzejściowa poprzeczna;

X_q' - reaktancja przejściowa poprzeczna;

X_q - reaktancja synchroniczna poprzeczna.

Struktura magnetyczna wirnika w kierunku osi poprzecznej q jest inna niż w kierunku osi wzdłużnej d . Przede wszystkim w osi poprzecznej nie ma uzwojenia wzbudzenia. Ponadto nie wszystkie maszyny w osi poprzecznej mają klatki tłumiące. Względem obu osi wirnik cechuje się *asymetrią magnetyczną*.

W skutek tej asymetrii mogą wystąpić istotne różnice między X_d' , X_q'' oraz między X_d' , X_q' a także między X_d , X_q . W osi poprzecznej w wywieraniu strumienia stojana (i tym samym w wartościach reaktancji) główną rolę odgrywają prądy wirowe indukowane w rdzeniu wirnika.

Dlatego też istotne jest czy rdzeń wirnika jest zrobiony z blach izolowanych, czy jest pełną odkuwką.

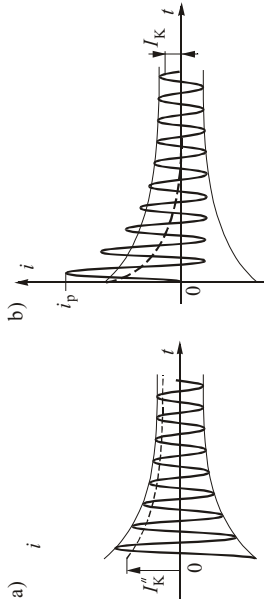
W przypadku asymetrii magnetycznej w prądach zwarcia i zwarciających pojawiają się składowe okresowe *podwójnej* częstotliwości (druga harmoniczna).

Wielkości charakteryzujące prądy zwarcia

Przebieg prądu zwarciaowego zależy od kąta γ_0 przy którym zwarcie powstaje. Kąt ten określa również wartości chwilowe napięć fazowych w momencie powstania zwarcia.

Dla $\gamma_0 = \pi / 2$ w momencie zwarcia napięcie fazy A osiąga wartość maksymalną. Energia magnetyczna tego uzwojenia w tym momencie jest zero a i w prądzie zwarciaowym i_A nie pojawi się żadna składowa nieokresowa.

Prąd zwarciaowy i_A składa się tylko i wyłącznie ze składowej okresowej zanikającej ze stałymi czasowymi τ_d, τ_d' . Przebieg takiej składowej powtórzone na rys.a.



Rys. Przykład przebiegów prądów zwarcia w jednej fazie:
a) bez składowej nieokresowej, b) z maksymalną wartością składowej nieokresowej I_K'' - początkowy prąd zwarciaowy, i_p - prąd uderowy, I_K - ustalony prąd zwarciaowy

Składowej okresowej prądu zwarcia można przyporządkować wartość skuteczną równą $I(t) = i_m(t)/(\sqrt{2})$, przy czym $i_m(t)$ jest wartością maksymalną.

W pierwszej chwili zwarcia wartość maksymalna odpowiada wartości w stanie poprzedzającym $i_m(0) = i_m''$.

Po zaniknięciu przebiegów nieustalonych wartość maksymalna dąży do wartości stanu ustalonego $i_m(\infty) = i_m'$.

Wartość skuteczną składowej okresowej prądu zwarciaowego w pierwszej chwili zwarcia nazywana jest *początkowym prądem zwarciaowym*.

$$I_K'' = I(0) = i_m'' / (\sqrt{2})$$

Wartość ta odgrywa istotną rolę w obliczeniach zwarciaowych i jest jedną z wielkości charakteryzujących prąd zwarcia.

W początkowym stanie zwarcia w modelu systemu służącym do wyznaczenia początkowego prądu zwarcia generatory synchroniczne muszą być odwzorowane jako źródła napięcia w postaci sem E_q'' za reakcją podprzebiegową X_d'' (schemat wyżej).

Prąd zwarciaowy charakteryzowany jest też często w praktyce projektowej za pomocą mocy trójfazowej zdefiniowanej jako iloczyn początkowego prądu zwarciaowego i napięcia znamionowego:

$$S_K'' = \sqrt{3} U_n I_K''$$

gdzie U_n jest napięciem znamionowym międzyprzewodowym.

Tak zdefiniowana moc S_K'' jest nazywana *możą zwarciaową*.

Należy tu podkreślić, że moc zwarciaowa jest wielkością fikcyjną „niosącą” w sobie informacją o wielkości początkowego prądu zwarciaowego przeliczoną do jednostek mocy.

Mnożone tu przez siebie wielkości U_n oraz I_K'' nie występują nigdy jednocześnie. W trakcie zwarcia, gdy pojawia się prąd zwarciaowy, napięcie zwarciaowe jest zwykle dużo mniejsze od znamionowego, a w samym miejscu zwarcia bezpośredniego (metalicznego) napięcie to jest równe zero.

Wartość skuteczną prądu zwarciaowego maleje w czasie. Z punktu widzenia aparatów elektrycznych istotna jest wartość skuteczną w chwili rozdzielenia styków wyłącznika.

Prąd zwarciaowy wyłącznikowy symetryczny I_B jest to wartość skuteczną jednego pełnego okresu składowej okresowej prądu zwarciaowego w chwili rozdzielenia styków bieżąca wyłącznika otwierającego się na skutek zwarcia. *Prąd wyłącznikowy niesymetryczny* to prąd wyłącznikowy symetryczny uzupełniony o składową nieokresową.

Wartość skuteczną prądu zwarciaowego zmienia się (maleje) w czasie. W czasie trwania zwarcia I_K prąd zwarciaowy wydziela ilość ciepła proporcjonalną do całki kwadratu jego wartości skutecznego.

Zastępczy *prąd zwarciaowy cieplny* I_K odpowiada stałej wartości, która działając czasie t_K wydziela tyle samo ciepła co zmieniający się prąd zwarciaowy.

Dla $\gamma_0 = 0$ w momencie zwarcia napięcie fazy A osiąga wartość równą zero. Energia magnetyczna tego uzwojenia w tym momencie jest maksymalna i w prądzie zwarciaowym i_A musi pojawić się największa możliwa składowa nieokresowa.

Prąd zwarciaowy i_A składa się wtedy ze składowej okresowej zanikającej ze stałymi czasowymi τ_d, τ_d' oraz składowej nieokresowej zanikającej ze stałą czasową τ_a . Przebieg takiego prądu powtórzone na rys.b.

Jeśli stała czasowa τ_a jest duża (generatory dużych mocy) to składowa nieokresowa zanika powoli i prąd zwarciaowy i_A może osiągnąć wartość bliską dwukrotnej wartości amplitudy składowej okresowej prądu zwarcia, czyli $2U_{f.m.}/X_d''$. Jeśli jednak stała czasowa τ_a jest mała (generatory mniejszej mocy) to składowa nieokresowa zanika szybko i prąd zwarciaowy i_A osiąga wartość odpowiednio mniejszą.

Największą wartość chwilową jaką osiąga prąd zwarciaowy z uwzględnieniem składowej nieokresowej nazywa się *uderowym prądem zwarcia* i oznacza i_p . Jest to kolejna wielkość charakteryzująca prądy zwarciaowe.

W praktyce obliczenia zwarciaowe często ograniczają się (norma IEC) do wyznaczenia tylko wyżej omówionych wielkości charakteryzujących umożliwiających ocenę i porównanie warunków pracy sieci oraz dobór aparatyury pierwotnej i wtórnej.

Wpływ lokalizacji miejsca zwarcia

Większość zwarcie występujących w systemie elektroenergetycznym jest zlokalizowana w sieci w pewnej odległości od źródeł wytwarzania.

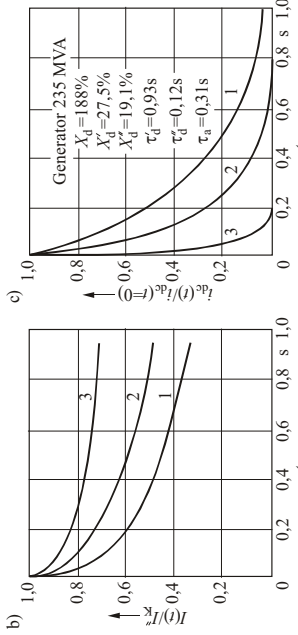
Stale czasowe z uwzględnieniem reakcji zastępczej sieci:

$$\tau_{dS} = \tau_d \cdot \frac{X_d' \cdot x_d''}{X_d' \cdot x_d} = \tau_d \cdot \frac{X_d' \cdot X_d'' + X_S}{X_d \cdot X_d + X_S}$$

$$\tau_{dS} = \tau_d \cdot \frac{X_d' \cdot x_d'}{X_d \cdot x_d} = \tau_d \cdot \frac{X_d' \cdot X_d' + X_S}{X_d \cdot X_d + X_S}$$

$$\tau_{as} = \frac{X'_d + X_S}{\omega_s (R_G + R_S)}$$

Te wzory wymagają analizy liczbowej, bo bez uwzględnienia proporcji liczbowych poszczególnych składników niewiele można wywnioskować. Z analizy zamieszczonej w podręczniku, ogólnie można powiedzieć, że im zwarcie bardziej odległe od generatorów tym szybciej zanika składowa nieokresowa oraz tym słabiej zanika składowa okresowa.



Rys. Ilustracja wpływu lokalizacji miejsca zwarcia na wartość i zanikanie składowej i nieokresowej prądu zwarciego: a) wybrane miejsca zwarcia b) zależność od czasu wartości skutecznej $I''(t)$ składowej okresowej prądu zwarciego; c) zależność od czasu składowej nieokresowej $i_{dc}(t)$ prądu zwarciego

Dla bardzo odległych zwarcie prawie nie widać zanikania składowej okresowej. W przypadku zwarcie bardzo odległych można przyjąć, że w porównaniu do reakcji generatora reaktancja zastępcza sieci ma wartość nieskończenie dużą ($X_S = \infty$). W takim przypadku (po obliczeniu granicy) z powyższych wzorów otrzymujemy się:

$$\tau_{dS} (X_S = \infty) = \tau'_d \frac{X'_d}{X_d} = \tau_{do}, \quad \tau_{dS} (X_S = \infty) = \tau''_d \frac{X''_d}{X'_d} = \tau_{do}$$

Stale czasowe τ_{do} , τ'_{do} nazywane są *stałymi czasowymi przy otwartym obwodzie stojana* ($X_S = \infty$). Stałe te są znacznie większe od stałych τ'_d, τ''_d przy obwodzie stojana bezpośrednio zwartym.

Z tego powodu dla zwarcie bardzo odległych jak np. w sieciach średniego napięcia (SN) oraz niskiego napięcia (nn) często pomija się zanikanie składowych okresowych uznając, że o prądzie zwarcia decyduje głównie impedancja zastępcza sieci $Z_S = (R_S + jX_S)$, a źródłem prądu jest napięcie na zaciskach generatora (uznane za stałe). Przy takim uproszczeniu prądy zwarcie i mają przebieg jak w przykładowym wykładzie na początku (zwykle źródło napięcia).

Zwarcie na zaciskach silnika indukcyjnego

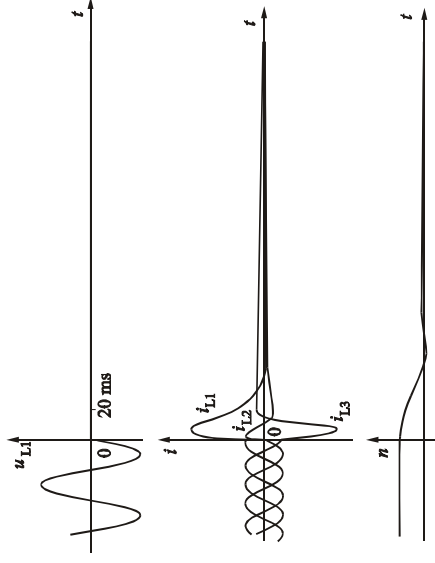
W chwili wystąpienia zwarcia, a więc w chwili, w której napięcia na zaciskach silnika maleje do zera, strumienie skojarzone z uzwojeniami poszczególnych faz stojana oraz kłatką wirnika mają pewne wartości. Oznacza to, że w uzwojeniach tych zmagazynowana jest pewna energia magnetyczna.

Energia zmagazynowana w uzwojeniach stojana wyzwała składowe nieokresowe prądów $i_{L1\ dc}, i_{L2\ dc}, i_{L3\ dc}$ płynących w tych uzwojeniach. Składowe te zanikają ze stałą czasową τ_a , wynikającą z rezystancji i indukcyjności zwartych uzwojeń stojana. Składowe te wytwarzają strumień nieruchomy względem stojana, który dla kłatki wirującego wirnika jest strumieniem wirującym. W rezultacie strumień ten indukuje w klatce składową okresową prądu $i_{D\ ac}$ zanikającą również ze stałą czasową τ_a .

Energia zmagazynowana w klatce wirnika wyzwała składową nieokresową prądów kłatki $i_{D\ dc}$. Składowa ta zanika ze stałą czasową τ'' odpowiadającą rezystancji i indukcyjności zwartej kłatki wirnika. Składowa wytwarza strumień nieruchomy względem wirnika, który dla uzwojeń stojana jest strumieniem wirującym. W rezultacie strumień ten indukuje w uzwojeniach stojana składowe okresowe prądu $i_{L1\ ac}, i_{L2\ ac}, i_{L3\ ac}$ zanikające również ze stałą czasową τ'' .

Z powodu dość dużych rezystancji uzwojeń stojana i kłatki wirnika proces przejściowy zanika bardzo szybko. Wartości stałych czasowych τ_a oraz τ'' są rzędu setnych części sekundy.

Indeks „bis” przy stałej τ'' wskazuje na jej podobieństwo do stałych czasowych τ'_d, τ''_d generatora synchronicznego. Powstała w wyniku nagłej zmiany stanu pracy silnika składową okresową prądu stojana traktuje się zatem podobnie jak prąd podprzebiegowy maszyny synchronicznej.



Rys. Oscylogramy prądów fazowych i_{L1}, i_{L2}, i_{L3} , napięcia u_{L1} oraz prędkości obrotowej n przy zwarcie na zaciskach silnika indukcyjnego małej mocy

Warto też zauważyć istotną różnicę między silnikiem indukcyjnym a generatorem synchronicznym. Silnik nie ma (jak generator synchroniczny) turbiny napędzającej i uruchamiającej stałą prędkość obrotową. Wręcz przeciwnie silnik sam napędza jakies urządzenie. W momencie tuż przed zwarcie wirnik silnika i napędzanego urządzenia mają jakąs energię kinetyczną. Po zwarciu zasilania silnika energia ta wyzwała się podtrzymując prędkość obrotową, która jednak w wyniku momentu hamującego napędzanego urządzenia zmniejszają się z czasem do zera. Oznacza to, że wyżej opisane składowe okresowe $i_{L1} \text{ ac} \cdot I_{L2} \text{ ac} \cdot I_{L3} \text{ ac} \cdot i_{Dac}$ nie mają stałego okresu (jak w przypadku generatora synchronicznego) lecz w miarę malenia prędkości obrotowej ich okres wydłuża się.

Wskutek szybkiego zanikania wszystkich składowych prądów oraz zwiększania okresu składowych okresowych części w rzeczywistych przebiegach prądów zauważa się jedynie jedną falę prądu i zanikanie do zera. Fakt ten ilustruje poniższy rysunek pokazujący przebiegi zarejestrowane przy zwarcie zaciskach nieobciążonego silnika indukcyjnego.

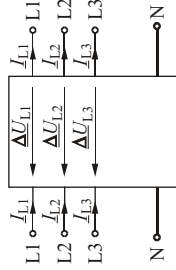
Powyższy opis dotyczy przebiegu prądów zwarciovych w silniku przy zwarciu na jego zaciskach. W przypadku zwarcia w sieci (zwłaszcza sieci SN) silniki indukcyjne oddziałują w ten sposób, że ich duże prądy pojawiające się w trakcie zakłócenia mogą zwiększać prądy zwarciovowe w sieci.

Uwidacznia się szczególnie we wzroście maksymalnych wartości prądu zwarciovowego (prądu udarowego). W niektórych przypadkach jest on bardzo znaczący – rzędu 50%, np. w układach o znacznej koncentracji dużych jednostek napędowych (np. w rozdzielniach potrzeb własnych elektrowni ciepłych).

METODA SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

Główna idea metod omawianych w tym rozdziale polega na zastąpieniu napięć i prądów fazowych innymi fikcyjnymi napięciami i prądami tak by relacji między tymi fikcyjnymi napięciami i prądami odpowiadała macierz diagonalna to znaczy by między fikcyjnymi obwodami nie występowały sprzężenia magnetyczne.

Przekształcenie 0,1,2 stosowane w elektrotechnice zostało wprowadzone w 1918 roku.



Rys. Element trójfazowy ze sprzężeniami międzyfazowymi

Trójfazową stratę napięcia na elemencie można wyrazić za pomocą następującego równania macierzowego:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_{L1} \\ \Delta U_{L2} \\ \Delta U_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{W} & \underline{M} & \underline{N} \\ \underline{M} & \underline{W} & \underline{M} \\ \underline{N} & \underline{M} & \underline{W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ I_{L3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

lub w uproszczonym zapisie:

$$\underline{\Delta U}_{3ph} = \underline{Z}_{3ph} \underline{I}_{3ph} \quad (2)$$

gdzie: $\underline{\Delta U}_{L1}, \underline{\Delta U}_{L2}, \underline{\Delta U}_{L3}$ straty napięcia, I_{L1}, I_{L2}, I_{L3} prądy w fazach, \underline{W} impedancja własna faz, $\underline{M}, \underline{N}$ impedancje wzajemne, $\underline{\Delta U}_{3ph}$ wektor strat napięć, \underline{I}_{3ph} wektor prądów fazowych, \underline{Z}_{3ph} macierz kwadratowa impedancji własnych i wzajemnych.

Wielkości fázowe $L1, L2, L3$ można przeliczyć do nowych współrzędnych 0,1,2 za pomocą przekształcenia liniowego typu:

$$\begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ I_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} \\ \underline{s}_{21} & \underline{s}_{22} & \underline{s}_{23} \\ \underline{s}_{31} & \underline{s}_{32} & \underline{s}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

lub $\underline{I}_{3ph} = \underline{S} \underline{I}_{012}$

oraz

$$\begin{bmatrix} \Delta U_{L1} \\ \Delta U_{L2} \\ \Delta U_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} \\ \underline{s}_{21} & \underline{s}_{22} & \underline{s}_{23} \\ \underline{s}_{31} & \underline{s}_{32} & \underline{s}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_0 \\ \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

lub $\underline{\Delta U}_{3ph} = \underline{S} \underline{\Delta U}_{012}$

Podstawiając równania (3)(4) odpowiednio lewej i prawej strony równania (1) otrzymujemy się:

$$\underline{S} \underline{\Delta U}_{012} = \underline{Z}_{3ph} \underline{S} \underline{I}_{012} \quad (5)$$

Stąd, zakładając $\det \underline{S} \neq 0$, otrzymujemy się:

$$\underline{\Delta U}_{012} = \underline{Z}_{012} \underline{I}_{012} \quad (6)$$

gdzie:

$$\underline{Z}_{012} = \underline{S}^{-1} \underline{Z}_{3ph} \underline{S} \quad (7)$$

Istotą przekształceń diagonalizujących jest założenie, że macierz przekształcenia \underline{S} jest tak dobrana, że macierz \underline{Z}_{012} jest diagonalna tzn. ma postać:

$$\underline{Z}_{012} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

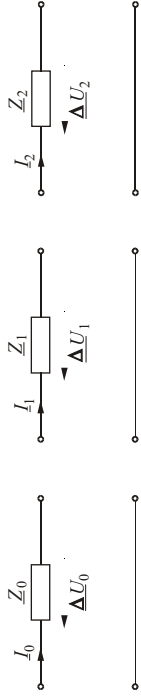
Wtedy równanie macierzowe (6) opisujące straty napięcia i prądy w nowych współrzędnych przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_0 \\ \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

co sprowadza się do trzech niezależnych równań skalarnych:

$$\underline{\Delta U}_0 = \underline{Z}_0 I_0, \quad \underline{\Delta U}_1 = \underline{Z}_1 I_1, \quad \underline{\Delta U}_2 = \underline{Z}_2 I_2 \quad (10)$$

Oznacza to, że w fikcyjnych obwodach odpowiadających fikcyjnym prądom i napięciom w nowych współrzędnych 0,1,2 nie ma sprzężeń. Układ składa się z trzech niezależnych obwodów jednofazowych pokazanych na rysunku.



Rys. Trzy fikcyjne obwody zastępujące element trójfazowy ze sprzężeniami międzyfazowymi
 Zasadniczym problemem, który trzeba teraz omówić jest dobór macierzy \underline{S} przekształceń liniowych (3) (4) tak by macierz dana wzorem (7) była diagonalna postaci (8).

WARTOŚCI WEKTORY WŁASNE MACIERZY

Najprostszy sposób znalezienia macierzy diagonalizującej oparty jest na wartościach i wektorach własnych macierzy diagonalizowanej. Zostanie to omówione dla dowolnej macierzy \underline{A} , abstrahując od poprzednich oznaczeń.

Liczbę $\underline{\lambda}$ oraz wektor \underline{s} nazywa się odpowiednio wartością własną i wektorem własnym macierzy \underline{A} jeśli spełniają następujące równanie:

$$\underline{A}\underline{s} = \underline{s}\underline{\lambda} \tag{11}$$

Równanie to da się przekształcić do równania $(\underline{A} - \underline{\lambda}I)\underline{s} = \underline{0}$, w którym I jest macierzą diagonalną jednostkową. Jest to równanie jednorodne (prawie strony równe zero) i ma niezzerowe rozwiązanie dla wektora \underline{s} tylko wtedy gdy macierz $(\underline{A} - \underline{\lambda}I)$ jest osobliwa tzn. spełnia równanie

$$\det(\underline{A} - \underline{\lambda}I) = 0 \tag{12}$$

nazywane *równaniem charakterystycznym*. Po rozwinięciu występującego tu wyznacznika otrzymuje następujący wielomian n -tego stopnia:

$$(\underline{A} - \underline{\lambda}I) = \varphi(\underline{\lambda}) = (-1)^n (\underline{\lambda}^n + c_{n-1}\underline{\lambda}^{n-1} + \dots + c_1\underline{\lambda} + c_0) \tag{13}$$

nazywany *wielomianem charakterystycznym* macierzy \underline{A} , przy czym n jest stopniem macierzy. Współczynniki występujące w tym wielomianie są następujące: c_{n-1} jest sumą minorów głównych pierwszego stopnia, c_{n-2} jest sumą minorów głównych stopnia drugiego itd., aż wreszcie c_0 jest minorem głównym najwyższego stopnia, czyli wartością wyznacznika macierzy \underline{A} .

Z równania charakterystycznego (12) wynika, że wartości własne $\underline{\lambda}$ macierzy \underline{A} są zarazem pierwiastkami wielomianu charakterystycznego: $\varphi(\underline{\lambda}) = 0$. Jeżeli $\underline{\lambda}_1, \underline{\lambda}_2, \dots, \underline{\lambda}_r$ są różnymi od siebie pierwiastkami tego wielomianu, to można go przedstawić w postaci kanonicznej:

$$\varphi(\underline{\lambda}) = (-1)^n (\underline{\lambda} - \underline{\lambda}_1)^{k_1} (\underline{\lambda} - \underline{\lambda}_2)^{k_2} \dots (\underline{\lambda} - \underline{\lambda}_r)^{k_r} \tag{14}$$

przy czym liczba k_i oznacza krotność liczby $\underline{\lambda}_i$ jako pierwiastka wielomianu $\varphi(\underline{\lambda})$. Jest przy tym oczywiste, że suma wszystkich k_i jest równa n .

Istotny jest przypadek, gdy wszystkie wartości własne macierzy są jednokrotne i różne od siebie, czyli:

$$\underline{\lambda}_1 \neq \underline{\lambda}_2 \neq \dots \neq \underline{\lambda}_n \tag{15}$$

Można wykażać (patrz książka), że wektory własne odpowiadające tym różnym od siebie wartościom własnym są liniowo niezależne.

Definicję wartości i wektorów własnych (11) można zapisać kolejno dla wszystkich wartości własnych:

$$\underline{A}\underline{s}_1 = \underline{\lambda}_1\underline{s}_1, \underline{A}\underline{s}_2 = \underline{\lambda}_2\underline{s}_2, \dots, \underline{A}\underline{s}_n = \underline{\lambda}_n\underline{s}_n \tag{18}$$

Jest to układ równań, które można zapisać łącznie w postaci następującego równania macierzowego:

$$\underline{A} \begin{bmatrix} \underline{s}_1 \\ \underline{s}_2 \\ \dots \\ \underline{s}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\lambda}_1 & & & \\ & \underline{\lambda}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \underline{\lambda}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{s}_1 \\ \underline{s}_2 \\ \dots \\ \underline{s}_n \end{bmatrix} \tag{19}$$

lub w skrócie:

$$\underline{A}\underline{S} = \underline{S}\underline{\Lambda} \tag{20}$$

gdzie: $[\underline{s}_1, \underline{s}_2, \dots, \underline{s}_n] = \underline{S}$ jest kwadratową macierzą, której kolumny są wektorami własnymi macierzy \underline{A} , zaś $\underline{\Lambda} = \text{diag}\{\underline{\lambda}_i\}$ jest macierzą diagonalną składającą się z wartości własnych. Przy przyjętym założeniu, że wartości własne są różne $\underline{\lambda}_1 \neq \underline{\lambda}_2 \neq \dots \neq \underline{\lambda}_n$ odpowiadające im wektory własne $\underline{s}_1, \underline{s}_2, \dots, \underline{s}_n$ są liniowo niezależne (co wyżej wykazano). Stąd macierz \underline{S} złożona z tych wektorów jest nieosobliwa ($\det \underline{S} \neq 0$) i istnieje macierz odwrotna \underline{S}^{-1} .

Mnożąc lewostroinnie (3.20) przez \underline{S}^{-1} otrzymujemy się:

$$\underline{\Lambda} = \underline{S}^{-1}\underline{A}\underline{S} = \text{diag}\{\underline{\lambda}_i\} \tag{3.21}$$

Oznacza to, że macierz \underline{S} składająca się z wektorów własnych przekształca macierz \underline{A} do postaci diagonalnej składającej się z wartości własnych. Jest to oczywiście słuszne tylko wtedy gdy wszystkie wartości własne są różne od siebie $\underline{\lambda}_1 \neq \underline{\lambda}_2 \neq \dots \neq \underline{\lambda}_n$.

PRZEKSZTAŁCENIE 0,1,2

Wyżej opisaną metodę znajdowania macierzy diagonalizującej (opartą na wartościach własnych) można zastosować do macierzy impedancji \underline{Z}_{3ph} opisującej trójfazowy element sieci (równanie (1) i (2)). Dla uproszczenia rozważań macierz tę można zapisać w następujący sposób:

$$\begin{bmatrix} \underline{W} & \underline{M} & \underline{N} \\ \underline{N} & \underline{W} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{N} & \underline{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \underline{M} & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

Pierwsza macierz po prawej stronie (3.22) jest diagonalna \underline{I} , druga macierz zawiera jedynki i zera i zostanie to oznaczona jako \underline{C} , trzecia macierz odpowiada \underline{C}^t . Przy tych oznaczeniach równanie (3.22) można zapisać w następujący sposób:

$$\underline{Z}_{3ph} = \underline{W} \underline{I} + \underline{M} \underline{C} + \underline{N} \underline{C}^T \quad (23)$$

Podstawiając to do równania (7) otrzymujemy się:

$$\underline{Z}_{012} = \underline{S}^{-1} \underline{Z}_{3ph} \underline{S} = \underline{W} \underline{S}^{-1} \underline{I} \underline{S} + \underline{M} \underline{S}^{-1} \underline{C} \underline{S} + \underline{N} \underline{S}^{-1} \underline{C}^T \underline{S} \quad (24)$$

Pierwszy składnik $\underline{S}^{-1} \underline{I} \underline{S}$ jest macierzą diagonalną jednostkową, co wynika z definicji odwrotności macierzy. Poszukując macierzy diagonalizującej macierz \underline{Z}_{3ph} należy więc znaleźć macierz \underline{S} , która diagonalizuje zarówno \underline{C} jak również \underline{C}^T . W tym celu należy najpierw znaleźć wartości własne macierzy \underline{C} , co można łatwo zrobić rozwiązując równanie charakterystyczne:

$$\det(\underline{C} - \underline{\lambda} \underline{I}) = \det \begin{bmatrix} -\underline{\lambda} & 1 & 0 \\ 0 & -\underline{\lambda} & 1 \\ 1 & 0 & -\underline{\lambda} \end{bmatrix} = 0 \quad (25)$$

Obliczając (np. metodą Sarrusa) występujący tu wyznacznik otrzymujemy się:

$$\det(\underline{C} - \underline{\lambda} \underline{I}) = (\underline{\lambda} - \underline{\lambda}^3) = 0 \quad (26)$$

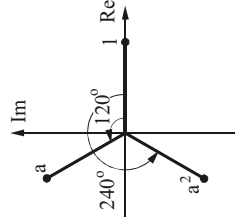
Z równania tego wynika, że macierz \underline{C} ma trzy wartości własne (jedną rzeczywistą oraz dwie zespolone):

$$\underline{\lambda}_1 = 1, \quad \underline{\lambda}_2 = e^{j240^\circ}, \quad \underline{\lambda}_3 = e^{j120^\circ} \quad (27)$$

Wartości te odpowiadają znanym dobrze w elektrotechnice operatorom obrotu o 120° oraz 240° . Operatory te oznacza się odpowiednio:

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad a^2 = e^{j240^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (28)$$

Stąd odpowiednio: $\underline{\lambda}_1 = 1$, $\underline{\lambda}_2 = a^2$, $\underline{\lambda}_3 = a$. Na płaszczyźnie zespolonej wartości te ilustruje rys.



Rys. Wartości własne macierzy \underline{C} na płaszczyźnie zespolonej

Znając wartości własne macierzy \underline{C} można obliczyć elementy macierzy \underline{S} diagonalizującej macierz \underline{C} . Można to zrobić rozwiązując równanie (20), które dla macierzy \underline{C} przyjmuje postać: $\underline{A} \underline{S} = \underline{S} \underline{\lambda}$, czyli:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} \\ \underline{s}_{21} & \underline{s}_{22} & \underline{s}_{23} \\ \underline{s}_{31} & \underline{s}_{32} & \underline{s}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} \\ \underline{s}_{21} & \underline{s}_{22} & \underline{s}_{23} \\ \underline{s}_{31} & \underline{s}_{32} & \underline{s}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \quad (29)$$

Stąd po wymnożeniu otrzymujemy się:

$$\begin{bmatrix} \underline{s}_{21} & \underline{s}_{22} & \underline{s}_{23} \\ \underline{s}_{31} & \underline{s}_{32} & \underline{s}_{33} \\ \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{s}_{11} & a^2 \underline{s}_{12} & a \underline{s}_{13} \\ \underline{s}_{21} & a^2 \underline{s}_{22} & a \underline{s}_{23} \\ \underline{s}_{31} & a^2 \underline{s}_{32} & a \underline{s}_{33} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Macierze po obu stronach równania (30) są równe jeśli równe są ich wszystkie elementy. Daje to razem 9 równań skalarnych.

Z porównania elementów w pierwszej kolumnie po lewej i prawej stronie równania (30) otrzymujemy się: $\underline{s}_{21} = \underline{s}_{11}$, $\underline{s}_{31} = \underline{s}_{21}$. Stąd wniosek, że $\underline{s}_{11} = \underline{s}_{21} = \underline{s}_{31} = \underline{\varepsilon}_1$, gdzie $\underline{\varepsilon}_1$ jest dowolną liczbą różną od zera.

Z porównania drugiej kolumny otrzymujemy się: $\underline{s}_{22} = a^2 \underline{s}_{12}$, $\underline{s}_{32} = a^2 \underline{s}_{22}$, $\underline{s}_{12} = a^2 \underline{s}_{32}$. Stąd wniosek, że $\underline{s}_{12} = \underline{\varepsilon}_2$, $\underline{s}_{22} = a^2 \underline{\varepsilon}_2$, $\underline{s}_{32} = a^4 \underline{\varepsilon}_2 = a \underline{\varepsilon}_2$, gdzie $\underline{\varepsilon}_2$ jest dowolną liczbą różną od zera.

Z porównania trzeciej kolumny otrzymujemy się: $\underline{s}_{23} = a \underline{s}_{13}$, $\underline{s}_{33} = a \underline{s}_{23}$, $\underline{s}_{13} = a \underline{s}_{33}$. Stąd wniosek, że $\underline{s}_{13} = \underline{\varepsilon}_3$, $\underline{s}_{23} = a \underline{\varepsilon}_3$, $\underline{s}_{33} = a^2 \underline{\varepsilon}_3$, gdzie $\underline{\varepsilon}_3$ jest dowolną liczbą różną od zera.

Macierz \underline{S} ma więc następującą postać:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}_1 & \underline{\varepsilon}_2 & \underline{\varepsilon}_3 \\ \underline{\varepsilon}_1 & a^2 \underline{\varepsilon}_2 & a \underline{\varepsilon}_3 \\ \underline{\varepsilon}_1 & a \underline{\varepsilon}_2 & a^2 \underline{\varepsilon}_3 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Wartości własne macierzy \underline{C}^T są takie same jak macierzy \underline{C} . Zapisując teraz równanie $\underline{C}^T \underline{S} = \underline{S} \underline{\lambda}$ (będące warunkiem przy którym \underline{S} diagonalizuje \underline{C}^T) w sposób analogiczny do (29) oraz (30) dochodzi się do wniosku, że macierz \underline{S} diagonalizująca macierz \underline{C}^T ma taką samą strukturę jak (31).

Ogólnie istnieje nieskończona ilość macierzy \underline{S} tej postaci. Właściwości macierzy i odpowiadających jej przekształceń (3)(4) zależą od wyboru liczb $\underline{\varepsilon}_1, \underline{\varepsilon}_2, \underline{\varepsilon}_3$.

Najprostszy wybór polega na przyjęciu: $\underline{\varepsilon}_1 = \underline{\varepsilon}_2 = \underline{\varepsilon}_3 = 1$. Prowadzi to do macierzy:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad \underline{S}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (32)$$

Przy takim szczególnym wyborze macierzy \underline{S} fikcyjne prądy \underline{I}_{012} oraz napięcia $\underline{A} \underline{U}_{012}$ uzyskane z przekształceń (3)(4) nazywa się *składowymi symetrycznymi*. Równania (3)(4) przyjmują następującą postać:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix} \quad (33)$$

lub w skrócie $\underline{I}_{3ph} = \underline{S} \underline{I}_{012}$ oraz

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta U}_{L1} \\ \underline{\Delta U}_{L2} \\ \underline{\Delta U}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Delta U}_0 \\ \underline{\Delta U}_1 \\ \underline{\Delta U}_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \underline{\Delta U}_0 \\ \underline{\Delta U}_1 \\ \underline{\Delta U}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Delta U}_{L1} \\ \underline{\Delta U}_{L2} \\ \underline{\Delta U}_{L3} \end{bmatrix} \quad (34)$$

lub w skrócie $\underline{\Delta U}_{3ph} = \underline{S} \underline{\Delta U}_{012}$.

Macierz impedancyjna (8) łącząca te prądy i napięcia zależnością (9) zgodnie z (7) przyjmuje postać:

$$\underline{Z}_{012} = \underline{S}^{-1} \underline{Z}_{3ph} \underline{S} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{W} & \underline{M} & \underline{N} \\ \underline{W} & \underline{M} & \underline{N} \\ \underline{W} & \underline{M} & \underline{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Po dość prostych lecz żmudnych obliczeniach otrzymuje się:

$$\underline{Z}_{012} = \underline{S}^{-1} \underline{Z}_{3ph} \underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \quad (36)$$

gdzie:

$$\underline{Z}_0 = (\underline{W} + \underline{M} + \underline{N}), \quad \underline{Z}_1 = (\underline{W} + a^2 \underline{M} + a \underline{N}), \quad \underline{Z}_2 = (\underline{W} + a \underline{M} + a^2 \underline{N}) \quad (37)$$

Gdy macierz \underline{Z}_{3ph} jest symetryczna ($\underline{M} = \underline{N}$) zachodzi

$$(\underline{W} + a^2 \underline{M} + a \underline{N}) = (\underline{W} - \underline{M})$$

gdź $(a + a^2) = -1$.

Analogicznie $(\underline{W} + a \underline{M} + a^2 \underline{N}) = (\underline{W} - \underline{M})$. Wtedy:

$$\underline{Z}_0 = (\underline{W} + 2\underline{M}), \quad \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = (\underline{W} - \underline{M}) \quad (38)$$

Warto zwrócić uwagę, że impedancja \underline{Z}_0 jest znacznie większa od impedancji \underline{Z}_1 oraz \underline{Z}_2 .

INTERPRETACJA ELEKTRYCZNA SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

Są rozmaite interpretacje fizyczne składowych symetrycznych. Wydaje się jednak, że dość istotna jest interpretacja która uzasadnia użycie w nazwie wyrazów "składowe" oraz wyrazu "symetryczne". Zostanie to omówione na przykładzie prądów.

Równanie (33) można zapisać w następujący sposób:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix} = \underline{S} \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \underline{S} \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \underline{S} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \underline{S} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Stąd, biorąc pod uwagę macierz \underline{S} postaci (32), otrzymuje się:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_2 \\ \underline{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

czyli ostatecznie:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_0 \\ \underline{I}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ a^2 \underline{I}_1 \\ a \underline{I}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{I}_2 \\ a \underline{I}_2 \\ a^2 \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Z równania (41) wynika, że trójfazowy (ogólnie dowolny niesymetryczny) prąd $\underline{I}_{L1}, \underline{I}_{L2}, \underline{I}_{L3}$ można rozłożyć na trzy składowe trójfazowe prądy (prawa strona (41)) pochodzące odpowiednio od fikcyjnych prądów $\underline{I}_0, \underline{I}_1, \underline{I}_2$.

Składowa "1" ($\underline{I}_1 \neq 0, \underline{I}_2 = 0, \underline{I}_0 = 0$)

Zakłada się teraz, że spośród fikcyjnych prądów $\underline{I}_0, \underline{I}_1, \underline{I}_2$ działa tylko $\underline{I}_1 \neq 0$. Z równania (41) otrzymuje się drugą składową (prawa strona (41)), czyli prąd trójfazowy:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ a^2 \underline{I}_1 \\ a \underline{I}_1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Na płaszczyźnie zmiennych zespolonych jest to symetryczny trójfazowy prąd o kierunku wirowania faz przeciwnym do ruchu wskazówek zegara (rys.a). Kierunek taki w elektrotechnice uważa się za "dodatni". Można więc powiedzieć, że działaniu fikcyjnego prądu $\underline{I}_1 \neq 0$ we współrzędnych fazowych odpowiada działanie trójfazowego symetrycznego prądu $\underline{I}_{L1}, \underline{I}_{L2}, \underline{I}_{L3}$ o kierunku wirowania faz "zgodnym" z kierunkiem dodatnim. Z tego względu składową (42) nazywa się *składową zgodną trójfazową*, zaś odpowiadającą jej wielkość skalarną $\underline{I}_1 \neq 0$ odpowiednio *składową zgodną*.

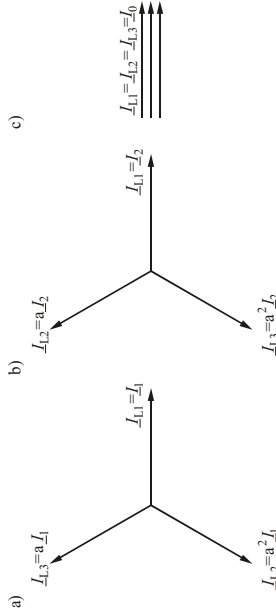
Składowa "2" ($\underline{I}_2 \neq 0, \underline{I}_1 = 0, \underline{I}_0 = 0$)

Zakłada się teraz, że spośród fikcyjnych prądów $\underline{I}_0, \underline{I}_1, \underline{I}_2$ działa tylko $\underline{I}_2 \neq 0$. Z równania (41) otrzymuje się trzecią składową (prawa strona (41)), czyli prąd trójfazowy:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_2 \\ a \underline{I}_2 \\ a^2 \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Na płaszczyźnie zmiennych zespolonych jest to symetryczny trójfazowy prąd o kierunku wirowania faz zgodnym z ruchem wskazówek zegara (rys.b). Kierunek taki w elektrotechnice uważa się za "ujemny". Można więc powiedzieć, że działaniu fikcyjnego prądu $\underline{I}_2 \neq 0$ we współrzędnych fazowych odpowiada działanie trójfazowego symetrycznego prądu

I_{L1}, I_{L2}, I_{L3} o kierunku wirowania faz "przeciwnym" do kierunku dodatniego. Z tego względu składową (43) nazywa się *składową przeciwną trójfazową*, zaś odpowiadającą jej wielkość skalarną $I_2 \neq 0$ odpowiednio *składową przeciwną*.



Rys. Składowe symetryczne trójfazowe prądu pochodzące od: (a) $I_1 \neq 0, I_2 = 0, I_3 = 0$

Składowa "0" ($I_0 \neq 0, I_1 = 0, I_2 = 0$)

Zakłada się teraz, że spośród fikcyjnych prądów I_0, I_1, I_2 działa tylko $I_0 \neq 0$. Z równania (41) otrzymuje się pierwszą składową (prawa strona (41)), czyli prąd trójfazowy:

$$\begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ I_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Na płaszczyźnie zmiennych zespolonych jest to trójfazowy prąd (rys.3.4c) składający się z trzech jednakowych prądów kofazowych (o jednakowej fazie).

Fizyczne znaczenie tej składowej wynika, z przekształcenia odwrotnego tzn. wyrażenia składowej I_0 za pomocą prądów fazowych I_{L1}, I_{L2}, I_{L3} . Uzyskuje się to z równia (33) za pomocą macierzy odwrotnej:

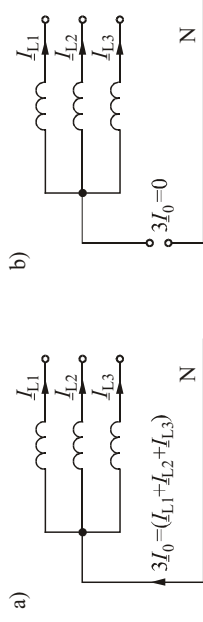
$$I_{012} = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \mathbf{S}^{-1} I_{3ph} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ I_{L3} \end{bmatrix} \quad (45)$$

Stąd:

$$I_0 = \frac{1}{3}(I_{L1} + I_{L2} + I_{L3}) \quad \text{lub} \quad (I_{L1} + I_{L2} + I_{L3}) = 3I_0 \quad (46)$$

Oznacza to, że składowa I_0 odpowiada jednej trzeciej sumy prądów fazowych lub też, że potrójna wartość tej składowej $3I_0$ odpowiada sumie prądów w fazach. Zgodnie z prawem Kirchhoffa suma prądów w fazach (rys.) może być różna od zera tylko wtedy, gdy punkt neutralny transformatora zasilającego te fazy jest uziemiony.

Tak więc składowa $3I_0$ odpowiada prądowi płynącemu przewodem zerowym. Z tego względu składową (44) nazywa się *składową zerową trójfazową*, zaś odpowiadającą jej wielkość skalarną $I_0 \neq 0$ odpowiednio *składową zerową*.



Rys. Składowe zerowa w obwodzie trójfazowym

Zwykle przy omawianiu niesymetrycznych prądów trójfazowych posługuje się potrójną wartością tej składowej zerowej, czyli wartością $3I_0$.

Warto jeszcze tu zwrócić uwagę, że często popełnianym błędem jest mówienie, że niesymetryczny prąd trójfazowy I_{L1}, I_{L2}, I_{L3} można rozłożyć na trzy wielkości skalarnie I_0, I_1, I_2 nazywane składowymi symetrycznymi. Otóż te wielkości skalarnie (składowe symetryczne) zgodnie z równaniem (39) określają trzy składowe symetryczne trójfazowe (wzór (41)) które po zsumowaniu dają dopiero niesymetryczny prąd trójfazowy I_{L1}, I_{L2}, I_{L3} .

Przykład

Przez element trójfazowy przepływa niesymetryczny prąd trójfazowy

$$I_{L1} = (4 + j8),$$

$$I_{L2} = (4 - j2),$$

$$I_{L3} = (-3 - j2).$$

Należy obliczyć jego składowe symetryczne.

Składowa zerowa dana jest wzorem:

$$I_0 = (I_{L1} + I_{L2} + I_{L3})/3.$$

Stąd po podstawieniu liczb:

$$I_0 = [(4 + j8) + (4 - j2) + (-3 - j2)]/3 \cong (1,666 + j1,333).$$

Składowa zgodna dana jest wzorem:

$$I_1 = (I_{L1} + a I_{L2} + a^2 I_{L3})/3.$$

Stąd po podstawieniu liczb:

$$I_1 = [(4 + j8) + (-1/2 + j\sqrt{3}/2)(4 - j2) + (-1/2 - j\sqrt{3}/2)(-3 - j2)]/3 \cong (1,166 + j5,354)$$

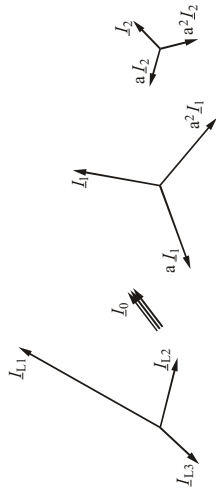
Składowa przeciwna dana jest wzorem:

$$I_2 = (I_{L1} + a^2 I_{L2} + a I_{L3})/3.$$

Stąd po podstawieniu liczb:

$$I_2 = [(4 + j8) + (-1/2 - j\sqrt{3}/2)(4 - j2) + (-1/2 + j\sqrt{3}/2)(-3 - j2)]/3 \cong (1,166 + j1,313)$$

Zadane prądy fazowe oraz ich obliczone składowe symetryczne pokazano na płaszczyźnie zmiennej zespolonej na rysunku.

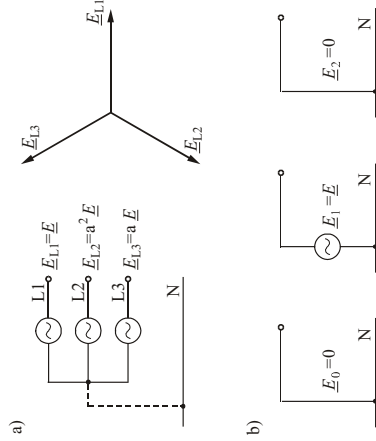


Rys. Rozkład dowolnego układu wektorów prądów fazowych na składowe symetryczne. Powyższe rozważania dotyczące prądu można przeprowadzić w sposób analogiczny również dla napięcia. Niesymetryczne napięcia fazowe można zastąpić sumą trzech symetrycznych napięć trójfazowych.

Trzeba jednak pamiętać, że źródłami napięcia w systemach elektroenergetycznych są generatory synchroniczne, które generują symetryczną trójfazową siłę elektromotoryczną $\underline{E}_{L1} = \underline{E}$, $\underline{E}_{L2} = a^2 \underline{E}$, $\underline{E}_{L3} = a \underline{E}$. Dla takiej siły elektromotorycznej składowe symetryczne są następujące:

$$\underline{E}_{012} = \begin{bmatrix} \underline{E}_0 \\ \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \end{bmatrix} = \underline{S}^{-1} \underline{E}_{3ph} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{E} \\ a \underline{E} \\ a^2 \underline{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{E} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

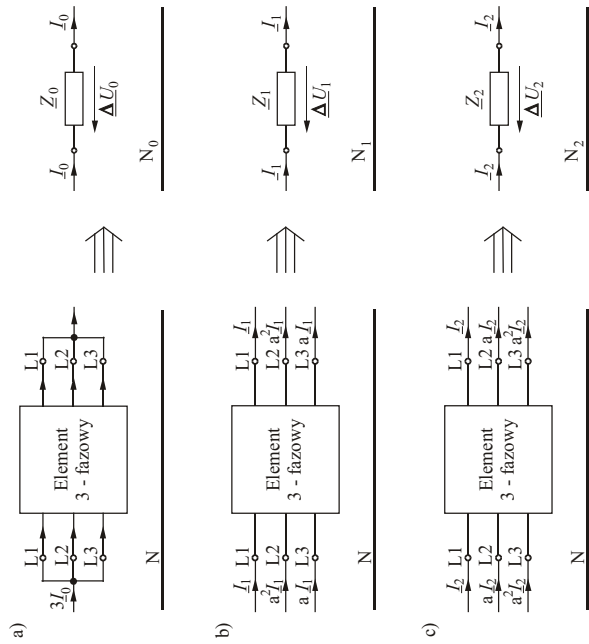
W składowych symetrycznych trójfazowe symetryczne źródło napięcia (rys.a) sprowadza się do trzech źródeł (rys.b) z których tylko źródło dla składowej zgodnej ma napięcie różne od zera ($\underline{E}_1 = \underline{E}$). Źródła dla składowej zerowej i przeciwnej (rys.b) mają zerowe wartości napięć ($\underline{E}_0 = \underline{E}_2 = 0$).



Rys. Ilustracja do interpretacji elektrycznej trójfazowego źródła napięcia symetrycznego

IMPEDANCJE SIECI SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

Przekształcenie 0,1,2 diagonalizuje macierz impedancyjną elementu trójfazowego ze sprżęceniami międzyfazowymi zastępując go trzema oddzielnymi obwodami o impedancjach $\underline{Z}_0, \underline{Z}_1, \underline{Z}_2$ wyrażonych wzorami (37). Interpretację elektryczną tych impedancji ilustruje rysunek.



Rys. Ilustracja do interpretacji elektrycznej impedancji $\underline{Z}_0, \underline{Z}_1, \underline{Z}_2$

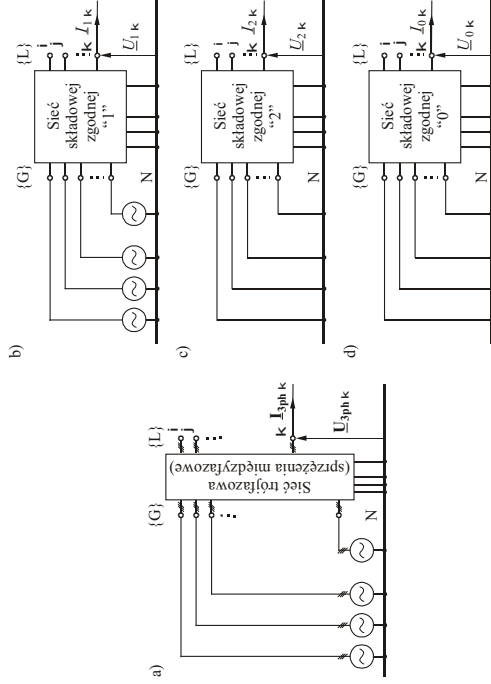
Składowej zerowej prądu (44) odpowiada sytuacja w której przez każdą fazę elementu trójfazowego przepływa prąd I_0 , co można uzyskać (rysa) łącząc fazy elementu trójfazowego na początku i końcu i przepuszczając przez nie prąd $3I_0$. Na połączonych fazach elementu trójfazowego powstaje strata napięcia $\underline{\Delta U}_0$, która w schemacie zastępczym odpowiada impedancji \underline{Z}_0 takiej, że $\underline{\Delta U}_0 = \underline{Z}_0 I_0$.

Składowej zgodnej prądu (44) odpowiada sytuacja (rys.3.9c) w której przez element trójfazowy przepływa prąd trójfazowy symetryczny o ujemnym kierunku wirowania, czyli: $I_{L1} = I_1$, $I_{L2} = a^2 I_1$, $I_{L3} = a I_1$. Na fazach elementu trójfazowego powstaje strata napięcia $\underline{\Delta U}_1 = \underline{\Delta U}_1$, $\underline{\Delta U}_{L1} = a^2 \underline{\Delta U}_1$, $\underline{\Delta U}_{L3} = a \underline{\Delta U}_1$. W schemacie zastępczym odpowiada impedancji \underline{Z}_1 takiej, że $\underline{\Delta U}_1 = \underline{Z}_1 I_1$.

Składowej przeciwnej prądu (42) odpowiada sytuacja (rys.b) w której przez element trójfazowy przepływa prąd trójfazowy symetryczny o dodanym kierunku wirowania, czyli: $I_{L1} = I_2$, $I_{L2} = a I_2$, $I_{L3} = a^2 I_2$. Na fazach elementu trójfazowego powstaje strata napięcia $\underline{\Delta U}_{L1} = \underline{\Delta U}_2$, $\underline{\Delta U}_{L2} = a \underline{\Delta U}_2$, $\underline{\Delta U}_{L3} = a^2 \underline{\Delta U}_2$. W schemacie zastępczym $\underline{\Delta U}_2$ odpowiada impedancji Z_2 takiej, że $\underline{\Delta U}_2 = Z_2 I_2$.

Trójfazowe elementy sieci (linie, transformatory, generatory) połączone są z sobą zgodnie z konfiguracją sieci. Jeśli każdy taki trójfazowy element w składowych symetrycznych zostaje zastąpiony trzema oddzielnymi elementami jednofazowymi o impedancjach Z_0, Z_1, Z_2 to w następstwie sieci trójfazowej otrzymuje się trzy sieci jednofazowe złożone odpowiednio z impedancji dla składowych zgodnych, przeciwnych i zerowych poszczególnych elementów sieci. Ilustruje to rys.3.10. Poszczególne sieci nazywają się: *sieć składowych zgodnych* (rys.3.10b), *sieć składowych przeciwnych* (rys.3.10c) oraz *sieć składowych zerowych* (rys.3.10d). W uproszczeniu sieci te nazywane są także *„sieć zgodna”*, *„sieć przeciwna”*, *„sieć zerowa”* ale nie jest to określenie poprawne.

Zgodnie z wzorem (47) oraz rysunkiem wyżej tylko w sieci składowej zgodnej napięcia źródła są różne od zera (rys.b). W sieciach składowej przeciwniej i zerowej węzły źródła są zwarte do węzła odniesienia (rys.c,d).



Rys. Ilustracja zastępowania sieci trójfazowej sieciami składowych symetrycznych

MOC POZORNA W SKŁADOWYCH FAZOWYCH I SYMETRYCZNYCH

Dla obwodu trójfazowego moc pozorna jest równa sumie mocy pozornych w fazach, czyli: $S_{3ph} = \underline{U}_{L1} I_{L1}^* + \underline{U}_{L2} I_{L2}^* + \underline{U}_{L3} I_{L3}^*$. Stosując rachunek macierzowy wzór ten można wyrazić w następujący sposób:

$$\underline{S}_{3ph} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L1}^* \\ I_{L2}^* \\ I_{L3}^* \end{bmatrix} = \underline{U}_{3ph}^T \underline{I}_{3ph}^* \tag{48}$$

Podstawiając do tego wzoru wartości wynikające z wzorów (33) (44), czyli $\underline{I}_{3ph} = \underline{S} \underline{I}_{012}$ oraz $\underline{U}_{3ph} = \underline{S} \underline{U}_{012}$, otrzymujemy się:

$$\underline{S}_{3ph} = \underline{U}_{3ph}^T \underline{S}^* \underline{I}_{3ph} = \underline{U}_{012}^T \underline{S}^T \underline{S}^* \underline{I}_{012} = \underline{U}_{012}^T (\underline{S}^T \underline{S}^*) \underline{I}_{012} \tag{49}$$

Biorąc pod uwagę postać macierzy \underline{S} określoną wzorem (32) a także fakt, że (wzór (28)) łatwo można sprawdzić, że:

$$\underline{S}^T \underline{S}^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \tag{50}$$

Podstawiając (50) do (49) otrzymujemy się:

$$\underline{S}_{3ph} = 3 \underline{U}_{012}^T \underline{I}_{012} = 3 \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0^* \\ I_1^* \\ I_2^* \end{bmatrix} \tag{51}$$

Stąd ostatecznie można napisać:

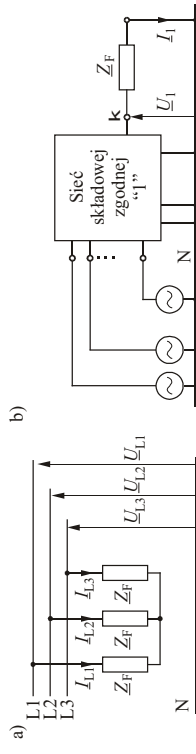
$$\underline{S}_{3ph} = (\underline{U}_{L1} I_{L1}^* + \underline{U}_{L2} I_{L2}^* + \underline{U}_{L3} I_{L3}^*) = 3 (\underline{U}_0 I_0^* + \underline{U}_1 I_1^* + \underline{U}_2 I_2^*) \tag{52}$$

co oznacza, że moc pozorna w trzech fazach odpowiada trzykrotnej wartości mocy w obwodach składowych symetrycznych.

ZWARCIA W SIECIACH Z BEZPOŚREDNIO UZIEMIONYM PUNKTEM NEUTRALNYM

Zwarcie trójfazowe (K3)

Zakłada się, że w wybranym węzle nastąpiło zwarcie trzech faz poprzez impedancję Z_F . Ilustruje to rys.4.1a, na którym zaznaczone fazy L1,L2,L3 dotyczą tylko wybranego węzła. Pozostałej części sieci na tym rysunku nie zaznaczono.



Rys. Zwarcie trójfazowe: a) schemat fazowy (tylko węzeł k); b) schemat sieci składowej zgodnej

Zwarcie jest symetryczne i prąd zwarcia w trzech fazach można wyrazić w następujący sposób:

$$\underline{I}_{L1} = \underline{I}, \quad \underline{I}_{L2} = a^2 \underline{I}, \quad \underline{I}_{L3} = a \underline{I} \quad (4.5)$$

Podstawiając teraz (4.4) do pierwszego z wzorów (4.3) otrzymujemy się:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I} \\ a^2 \underline{I} \\ a \underline{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{I} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

czyli:

$$\underline{U}_1 = \underline{I} \neq 0 \quad \text{oraz} \quad \underline{U}_2 = \underline{U}_0 = 0 \quad (4.7)$$

Na impedancji zwarcia \underline{Z}_F symetryczny trójfazowy prąd zwarcia (4.5) tworzy trójfazową symetryczną stratę napięcia.

$$\underline{U}_{L1} = \underline{Z}_F \underline{I}_{L1} = \underline{Z}_F \underline{I}, \quad \underline{U}_{L2} = \underline{Z}_F \underline{I}_{L2} = \underline{Z}_F a^2 \underline{I}, \quad \underline{U}_{L3} = \underline{Z}_F \underline{I}_{L3} = \underline{Z}_F a \underline{I} \quad (4.8)$$

dla której składowe symetryczne wyrażone są wzorem:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_F \underline{I} \\ \underline{Z}_F a^2 \underline{I} \\ \underline{Z}_F a \underline{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{Z}_F \underline{I} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

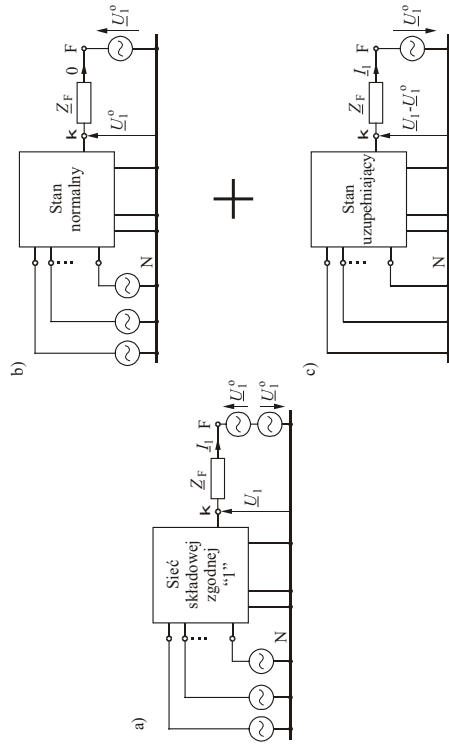
czyli:

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_F \underline{I} \neq 0 \quad \text{oraz} \quad \underline{U}_2 = \underline{U}_0 = 0 \quad (4.10)$$

Z wzorów (4.7)-(4.10) wynika, że w przypadku zwarcia symetrycznego (trójfazowego) sieci składowej przeciwnej i zerowej nie biorą udziału w obliczeniach, gdyż występujące w nich prądy i napięcia mają wartości równe zero. Niezerowe są tylko wartości prądów i napięć w sieci składowej zgodnej. W sieci tej (analogicznie jak w sieci trójfazowej) węzeł zwarcia k musi być zwarty do węzła odniesienia za pomocą impedancji \underline{Z}_F . Ilustruje to rys.4.1b. Na rysunku tym powtórzono schemat sieci składowej zgodnej z rys.4.10b. Dla uproszczenia pominięto węzły i, r, j .

Ogólnie sieć składowej zgodnej (tak jak i sieć trójfazowa) może składać się wielu gałęzi (reprezentujących linie i transformatory) a także wiele źródeł napięcia (reprezentujących generatory). Powstaje więc pytanie jak dla takiej sieci w prosty sposób obliczyć składową zgodną prądu zwarcia \underline{I}_1 .

Zostanie teraz pokazane, że poszukiwaną składową zgodną prądu zwarcia można obliczyć korzystając z bardzo prostego wzoru wynikającego z twierdzenia Thevenina. W celu wykazania tego faktu schemat sieci składowej zgodnej został powtórzony na rys.4.2a ale z dodaniem w obwodzie zwarcia \underline{Z}_F dwóch przeciwnie skierowanych źródeł o napięciu \underline{U}_1^0 . Napięcie to odpowiada napięciu w węźle przed wystąpieniem zwarcia. Suma napięć obu przeciwnie skierowanych źródeł jest równa zeru i warunki obwodu (rys.4.2a) w stosunku do stanu zwarcia (rys.4.1b) nie są zmienione. Za impedancją zwarcia wprowadzono sztuczny węzeł F.



Rys. Zastąpienie sieci ze zwarcielem dwoma sieciami zastępczymi

Zgodnie z zasadą superpozycji sieć z rys.4.2a można zastąpić dwoma sieciami zastępczymi. W pierwszej z nich (rys.4.2b) działają siły elektromotoryczne reprezentujące generatory oraz jedno z dwu fikcyjnych źródeł \underline{U}_1^0 . W sieci tej panują warunki napięciowe i prądowe takie same jak w stanie przed zwarcielem, czyli napięcia i prądy odpowiadające stanowi normalnemu sieci (bez zakłócenia). Gałęzią \underline{Z}_F nie płynie prąd, gdyż napięcia na obu jej końcach są jednakowe.

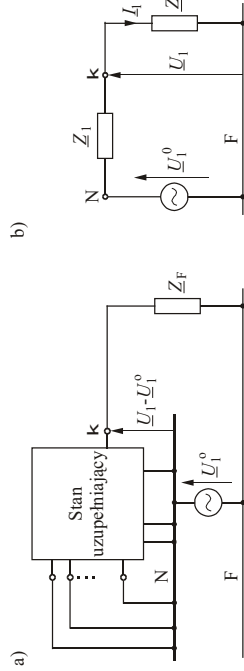
W drugiej sieci zastępczej (rys.4.2c) działa tylko fikcyjne źródło \underline{U}_1^0 o przeciwnym kierunku. W sieci tej panują warunki napięciowe i prądowe odpowiadające różniemu między stanem zwarcia (rys.4.2a) a stanem przed zwarcielem (rys.4.2b). Z tego względu sieć tę nazywać się będzie *siecią uzupełniającą*. Napięcia w węzłach sieci uzupełniającej mają odpowiednio wartości $(\underline{U}_1 - \underline{U}_1^0)$ będące różnicą między wartościami w stanie zwarcia \underline{U}_1 i stanie przed zwarcielem \underline{U}_1^0 . Na impedancji \underline{Z}_F występuje (rys.4.2c) napięcie $[(\underline{U}_1 - \underline{U}_1^0) + \underline{U}_1^0] = \underline{U}_1$, czyli odpowiadające stracie napięcia wywołanej przez składową zgodną prądu zwarcia (wzór (4.8)).

W omawianym przypadku (rys.4.2) sieć w stanie zwarcia została zastąpiona siecią w stanie normalnym (bez zakłócenia) i siecią uzupełniającą. Sieć uzupełniająca zasługuje na szczególną uwagę, gdyż ma następujące istotne cechy:

- W sieci uzupełniającej węzły źródeł napięciowych reprezentujących generatory są zwarte do węzła odniesienia.
- W sieci uzupełniającej jest tylko jedno źródło \underline{U}_1^0 w węźle zwarcia odpowiadające napięciu w tym węźle w stanie przed zwarcielem.
- Prąd płynący gałęzią \underline{Z}_F w sieci uzupełniającej jest równy prądowi zwarcia.

Ze względu na prostotę (tylko jedno źródło) sieć uzupełniająca może być użyta do obliczenia prądu zwarcia. W tym celu na rys.4.3a powtórzono schemat sieci uzupełniającej z rys.4.2c.

Wykonano tu jednak następujące modyfikacje graficzne. Wzłowi F (koniec impedancji zwarcia) nadano wygląd szyny leżącej poniżej węzła odniesienia N. Dzięki temu źródło \underline{U}_1^0 działające między węzłami F oraz N zostało skierowane w stronę „do góry”. Między węzłami N oraz k istnieje tylko sieć pasywna odpowiadająca sieci składowej zgodnej ze źródłami napięcia (reprezentującymi generatory) zwartymi do węzła odniesienia. Takiej sieci pasywnej z punktu widzenia pary węzłów {N,k} można przyporządkować jedną impedancję zastępczą \underline{Z}_1 nazywaną *impedancją Thevenina*. Jest to impedancja „widziana” w sieci zgodnej z węzła zwarcia k przy źródłach napięcia zwartych do węzła odniesienia. Zastępując w schemacie impedancję Thevenina fragment odpowiadający sieci pasywnej otrzymuje się schemat zastępczy jak na rys.4.3b.



Rys. 0.1. Schemat sieci uzupełniającej (a) oraz jej schemat zastępczy (b)

Obliczenie składowej zgodnej prądu i napięcia na podstawie otrzymanego schematu zastępczego jest bardzo proste. Z praw Ohma i Kirchhoffa dla tego obwodu otrzymuje się:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1^0}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_F} \quad (4.11)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_1^0 - \underline{Z}_1 \underline{I}_1 \quad (4.12)$$

Wzór (4.11) odpowiada znanemu z elektrotechniki twierdzeniu Thevenina mówiącemu, że prąd zwarcia dwóch węzłów (w tym przypadku k oraz N) jest równy ilorazowi napięcia występującego między tymi węzłami przed zwarciem \underline{U}_1^0 oraz impedancji widzianej z tych węzłów przy zwartych źródłach napięcia \underline{Z}_1 powiększonej o impedancję zwarcia \underline{Z}_F .

Warto zwrócić uwagę, że we wzorze (4.11) na prąd zwarcia nie występują siły elektromotoryczne generatorów. Nie oznacza to jednak, że prąd zwarcia w systemie elektroenergetycznym nie zależy od sił elektromotorycznych generatorów. Po prostu napięcie w węzle zwarcia w stanie przed zwarciem \underline{U}_1^0 zależy od tych sił elektromotorycznych i w ten sposób zależność prądu zwarcia od sił elektromotorycznych generatorów jest pośrednia poprzez \underline{U}_1^0 .

Dla omawianego zwarcia trójfazowego (symetrycznego) prądy zwarcia oraz napięcia fazowe zdefiniowane są tylko składową zgodną prądu i jak wynika z wzorów (4.5)(4.7)(4.8) są następujące:

$$\underline{I}_{L1} = \underline{I}_1, \quad \underline{I}_{L2} = a^2 \underline{I}_1, \quad \underline{I}_{L3} = a \underline{I}_1 \quad (4.13)$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{Z}_F \underline{I}_1, \quad \underline{U}_{L2} = \underline{Z}_F a^2 \underline{I}_1, \quad \underline{U}_{L3} = \underline{Z}_F a \underline{I}_1 \quad (4.14)$$

W dalszej części (dla porównania z innymi rodzajami zwarcia) istotna będzie wartość absolutna prądu zwarcia bezpośredniego ($\underline{Z}_F = 0$) oraz przy pominięciu rezystancji ($\underline{Z}_1 \cong jX_1$). Zgodnie z wzorami (4.13) oraz (4.11) można napisać:

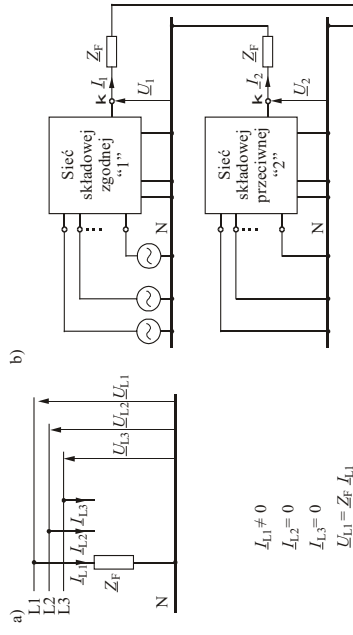
$$\underline{I}_{L1} \cong \frac{\underline{U}_{L1}^0}{jX_1} \quad \text{oraz} \quad \underline{I}_{K3} = \underline{I}_{L1} \cong \frac{\underline{U}_{L1}^0}{X_1} \quad (4.15)$$

We wzorze tym wprowadzono dodatkowy symbol „K3” dla podkreślenia, że jest on słuszny dla zwarcia trójfazowego.

Zasadniczy problem to obliczenie impedancji Thevenina \underline{Z}_1 widzianej z węzła zwarcia. Ogólnie oblicza się ją przez redukcję całej sieci pasywnej do węzła zwarcia, co prowadzi do gałęzi bocznikowej między tym węzłem a węzłem odniesienia (rys.3.6). W rozdz.3.3 pokazano (wzór (3.40)), że w przypadku redukcji sieci do jednego węzła impedancja Thevenina odpowiada impedancji własnej impedancyjnej macierzy węzłowej. Metoda ta będzie omawiana w rozdz.10 dotyczącym obliczeń komputerowych. W obliczeniach ręcznych dla prostych schematów (rozdz.9) redukcję sieci wykonuje się za pomocą wzoru (3.23) eliminując węzeł po węzle.

Zwarcie jednofazowe (K1)

Zakłada się, że w wybranym węzle nastąpiło zwarcie jednej fazy do ziemi.



Rys. Zwarcie jednofazowe fazy L1: a) schemat fazowy (tylko węzeł k); b) schemat połączenia sieci składowych symetrycznych

Ze względu na prostotę wzorów wygodnie jest przyjąć, że zwarcie dotyczy fazy L1. Zwarcie to (rys.4.4a) jest niesymetryczne i prąd zwarcia w trzech fazach można wyrazić w następujący sposób:

$$\underline{I}_{L1} = \underline{I} \neq 0, \quad \underline{I}_{L2} = \underline{I}_{L3} = 0 \quad (4.16)$$

Podstawiamy to do

$$\begin{bmatrix} \underline{L}_0 \\ \underline{L}_1 \\ \underline{L}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I} \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad \begin{bmatrix} \underline{L}_{L1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{L}_0 \\ \underline{L}_1 \\ \underline{L}_2 \end{bmatrix}$$

i otrzymujemy:

$$\underline{L}_0 = \underline{L}_1 = \underline{L}_2 = \frac{1}{3} \underline{L}$$

$$\underline{L}_{L1} = \underline{L} = \underline{L}_0 + \underline{L}_1 + \underline{L}_2 \quad (4.17)$$

Z przekształcenia składowych mamy:

$$\underline{U}_{L1} = \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \quad (4.18a)$$

Z warunków w schemacie 3-fazowym:

$$\underline{U}_{L1} = \underline{Z}_F \underline{I}_{L1}$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{Z}_F (\underline{L}_0 + \underline{L}_1 + \underline{L}_2) = \underline{Z}_F \underline{L}_0 + \underline{Z}_F \underline{L}_1 + \underline{Z}_F \underline{L}_2 = 3 \underline{Z}_F \underline{L}_0 \quad (4.18b)$$

czyli:

Korzystając z (4.4) stratę tę może wyrazić za pomocą składowych symetrycznych Z porównania (4.18a) oraz (4.18b) otrzymuje się:

$$\underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \underline{Z}_F \underline{L}_0 + \underline{Z}_F \underline{L}_1 + \underline{Z}_F \underline{L}_2 \quad (4.19)$$

$$(\underline{U}_0 - \underline{Z}_F \underline{L}_0) + (\underline{U}_1 - \underline{Z}_F \underline{L}_1) + (\underline{U}_2 - \underline{Z}_F \underline{L}_2) = 0 \quad (4.20)$$

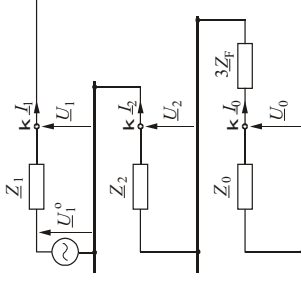
lub

Z wzorów (4.17) oraz (4.20) i (4.19) wynika, że w przypadku zwarcia doziemnego fazy L1 sieci składowej zgodnej, przeciwnej i zerowej należy z sobą połączyć szeregowo za pomocą impedancji zwarcia \underline{Z}_F (rys.4.4b). Wynika to z faktu, że składowe symetryczne prądy są jednakowe (wzór (4.17)) a suma składowych symetrycznych napięć pomniejszonych o odpowiednią stratę na impedancji zwarcia \underline{Z}_F jest równa zero (wzór (4.20)).

Dla uproszczenia schematu i bez wpływu na wartości prądu i napięć trzy impedancje \underline{Z}_F łączące schematy można zagregować w jedną impedancję $3\underline{Z}_F$ włączoną tylko w jednym z połączeń sieci składowych symetrycznych. Ten sposób połączenia wynika z wzoru (4.19) w którym suma składowych symetrycznych napięć równa jest stracie napięcia na impedancji $3\underline{Z}_F$. Pamiętaj $\underline{L}_0 = \underline{L}_1 = \underline{L}_2$ impedancja $3\underline{Z}_F$ może być włączona w jedno z trzech połączeń. Należy jednak pamiętać, że impedancja ta powinna być w połączeniach schematów składowych poza napięciami $\underline{U}_0, \underline{U}_1, \underline{U}_2$ a nie wewnątrz sieci składowych. W przeciwnym razie napięcia na zaciskach tych sieci nie będą odpowiadały napięciom $\underline{U}_0, \underline{U}_1, \underline{U}_2$.

Sposób połączenia schematów jak na rysunku u góry.

Analogicznie jak w przypadku zwarcia trójfazowego dla każdej z sieci składowych symetrycznych można znaleźć impedancję zastępczą Thevenina. Są to odpowiednio $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_0$. Sposób połączenia tych impedancji jest analogiczny jak sieci składowych symetrycznych, co ilustruje rys.4.5. Dla uproszczenia schematu zamiast trzech oddzielnych impedancji \underline{Z}_F zastosowano tu jedną impedancję $3\underline{Z}_F$ włączoną do połączenia schematu sieci składowej zerowej.



Rys. Schemat połączenia impedancji Thevenina dla zwarcia jednofazowego fazy L1

Obliczenie składowych symetrycznych prądu i napięcia na podstawie otrzymanego schematu zastępczego jest bardzo proste. Z praw Ohma i Kirchhoffa dla tego obwodu otrzymuje się:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_1^0}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \quad (4.21)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_1^0 - \underline{Z}_1 \underline{I}_1 \quad (4.22)$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{Z}_2 \underline{I}_2 \quad (4.23)$$

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \underline{I}_0 \quad (4.24)$$

W praktyce obliczenia wielkości fazowych zwykle wykonuje się obliczając najpierw wartości liczbowe składowych symetrycznych a następnie wartości liczbowe wielkości fazowych w oparciu o przekształcenia (4.3)(4.4). W przypadku zwarcia jednofazowego warto jednak wprowadzić ogólne wzory na wielkości fazowe, gdyż pozwalają one na dokonanie analizy tych wielkości.

Zgodnie ze schematem 3- fazowym napięcie fazy zwartej jest dane wzorem:

$$\underline{U}_{L1} = \underline{Z}_F \underline{I}_{L1} = \underline{Z}_F 3 \underline{I}_0 = 3 \underline{Z}_F \underline{I}_0 \quad (4.26)$$

Dla faz zdrowych obliczymy z wzoru:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

Dla fazy zdrowej L2 z wzorów (4.4) oraz (4.22)-(4.24) otrzymuje się:

$$\underline{U}_{L2} = -\underline{Z}_0 \underline{I}_0 + a^2 (\underline{U}_1^0 - \underline{Z}_1 \underline{I}_0) - a \underline{Z}_2 \underline{I}_0,$$

czyli po podstawieniu (4.21):

$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_1^0 \underline{I}_0 - \frac{\underline{Z}_0 + a^2 \underline{Z}_1 + a \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \underline{U}_1^0 \underline{I}_0 \quad (4.27)$$

gdzie $\underline{U}_{L2}^0 = a^2 \underline{U}_1^0$ jest napięciem w tej fazie przed wystąpieniem zwarcia.

Dla fazy zdrowej L3 w sposób analogiczny

$$\underline{U}_{L3} = -\underline{Z}_0 \underline{I}_0 + a (\underline{U}_1^0 - \underline{Z}_1 \underline{I}_0) - a^2 \underline{Z}_2 \underline{I}_0, \text{ czyli po podstawieniu (4.21):} \quad (4.28)$$

$$\underline{U}_{L3} = \underline{U}_{L3}^0 - \frac{\underline{Z}_0 + a \underline{Z}_1 + a^2 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \underline{U}_{L1}^0$$

gdzie $\underline{U}_{L3}^0 = a \underline{U}_1^0$ jest napięciem w tej fazie przed wystąpieniem zwarcia.

W praktyce zwykle można przyjąć: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$

Przy tym założeniu powyższe wzory na napięcia faz zdrowych bardzo się upraszczają. Biorąc pod uwagę, że $(a^2 + a) = -1$ w takim przypadku z (4.27)(4.28) dla zwarcia bezpośredniego ($\underline{Z}_F = 0$) otrzymuje się:

$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_{L2}^0 - \frac{\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1}{2\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0} \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.30)$$

$$\underline{U}_{L3} = \underline{U}_{L3}^0 - \frac{\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1}{2\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0} \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.31)$$

Oznacza to, że zwarcie fazy L1 powoduje zmianę napięcia faz zdrowych L2, L3 o wartość proporcjonalną do napięcia fazy L1 przed jej zwarcie.

Szczególne znaczenie ma przypadek zwarcia bezpośredniego ($\underline{Z}_F = 0$) oraz przy pominięciu rezystancji ($\underline{Z}_1 \approx jX_1$).

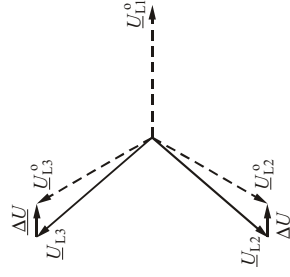
Przy założeniu (4.29) z wzorów (4.25) (4.21) oraz (4.30) dla bezpośredniego zwarcia jednofazowego otrzymuje się:

$$\underline{I}_{L1} = \frac{3\underline{U}_1^0}{j(2X_1 + X_0)} = \frac{\underline{U}_{L1}^0}{jX_1} \beta + 2 \quad (4.32)$$

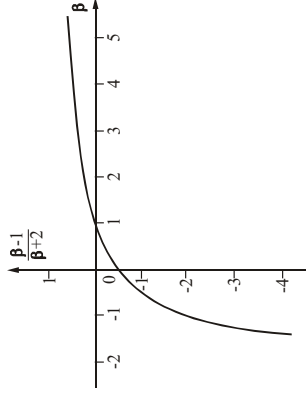
$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_{L2}^0 - \frac{X_0 - X_1}{2X_1 + X_0} \underline{U}_{L1}^0 = \underline{U}_{L2}^0 - \frac{\beta - 1}{\beta + 2} \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.33)$$

$$\underline{U}_{L3} = \underline{U}_{L3}^0 - \frac{X_0 - X_1}{2X_1 + X_0} \underline{U}_{L1}^0 = \underline{U}_{L3}^0 - \frac{\beta - 1}{\beta + 2} \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.34)$$

gdzie $\beta = X_0 / X_1$.



Rys. Napięcia fazowe w stanie przed zwarcie i w stanie zwarcia jednofazowego fazy L1



Rys. Wykres funkcji $(\beta - 1)/(\beta + 2)$ przy pominięciu rezystancji dla $\beta = X_0 / X_1$

Dla $\beta = 1$ napięcia faz zdrowych nie ulegają zmianie i mają takie same wartości jak przed zwarcie.

Dla $\beta > 1$ współczynnik $(\beta - 1)/(\beta + 2)$ jest dodatni i (jak w powyższym przykładzie) napięcia faz zdrowych zwiększają się.

W skrajnym przypadku gdy $\beta \rightarrow \infty$ współczynnik $\frac{\beta - 1}{\beta + 2} \rightarrow 0$. Wtedy napięcie faz zdrowych pomniejszane jest o całą wartość napięcia \underline{U}_{L1}^0 , czyli:

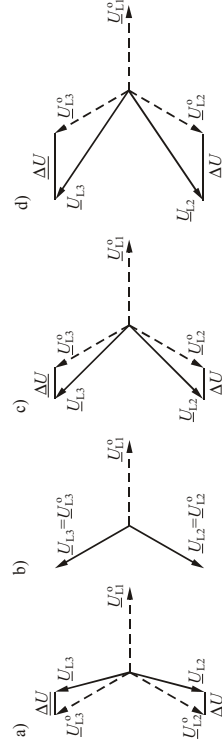
$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_{L2}^0 - \underline{U}_{L1}^0 = (a^2 - 1)U^0 = \left(-\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) U^0 \quad (4.37)$$

Stąd

$$\underline{U}_{L2} = \sqrt{3} U^0 \quad \text{dla} \quad \beta \rightarrow \infty \quad (4.38)$$

co oznacza że napięcia faz zdrowych zwiększają się do napięć międzyfazowych.

Dla $\beta < 1$ współczynnik $(\beta - 1)/(\beta + 2)$ jest ujemny i w trakcie zwarcia jednofazowego napięcia faz zdrowych zmniejszają się. Fakty te ilustruje rys.4.6, na którym narysowano fazory napięć dla stanu przed zwarcie (linie przerywane) oraz fazory napięć faz zdrowych (linie ciągłe) dla kilku wartości β .



Rys. Napięcia fazowe w stanie przed zwarcie i w stanie zwarcia jednofazowego fazy L1 dla: a) $\beta = 0.5$; b) $\beta = 1$; c) $\beta = 3$; d) $\beta = \infty$

Współczynnik $\beta = X_0 / X_1$ jest istotnym współczynnikiem decydującym o wielkości prądu zwarcia jednofazowego i napięć faz zdrowych.

Ma on też znaczenie dla wartości prądu zwarcia jednofazowego.

Biorąc pod uwagę wzór (4.15) na prąd zwarcia trójfazowego na podstawie wzoru (4.32) można napisać:

$$\frac{I_{K1}}{I_{K3}} = \frac{3}{\beta + 2} \quad (4.35)$$

We wzorze tym wprowadzono dodatkowy symbol „K1” dla podkreślenia, że jest on słuszny dla zwarcia jednofazowego.

Z wzoru (4.35) wynika istotny wniosek, że jeśli $\beta = 1$ to prąd zwarcia jednofazowego jest taki sam jak prąd zwarcia trójfazowego $I_{K1} = I_{K3}$.

Jeśli $\beta < 1$ to prąd zwarcia jednofazowego jest większy (!) od prądu zwarcia trójfazowego $I_{K1} > I_{K3}$. Jeśli $\beta > 1$ to prąd zwarcia jednofazowego jest mniejszy od prądu zwarcia trójfazowego $I_{K1} < I_{K3}$.

Dla dalszych rozważań istotne jest zapisanie następującego warunku:

$$I_{K3} > I_{K1} \quad \text{jeśli} \quad \beta = \frac{X_0}{X_1} \geq 1 \quad (4.36)$$

Wpływ rezystancji

Badając za pomocą wzorów (4.30) (4.31) wpływ rezystancji na napięcia faz zdrowych można stwierdzić, że dla $\beta > 0$ rezystancja dla składowej zerowej R_0 przyczynia się do zwiększenia napięć faz zdrowych.

Zwykle (zwłaszcza w sieciach wysokich napięć) rezystancja R_0 nie osiąga bardzo dużych wartości i jest mniejsza od reakcji dla składowej zgodnej X_1 . Przy tak ograniczonej rezystancji można wykazać, że napięcie faz zdrowych nie przekracza 80% napięcia międzyfazowego gdy $\beta \leq 3$. Można to zapisać w następujący sposób:

$$U_{L2} \leq 0,8(\sqrt{3} U^0) \quad \text{gdy} \quad \frac{X_0}{X_1} \leq 3 \quad \text{oraz} \quad \frac{R_0}{X_1} \leq 1 \quad (4.39)$$

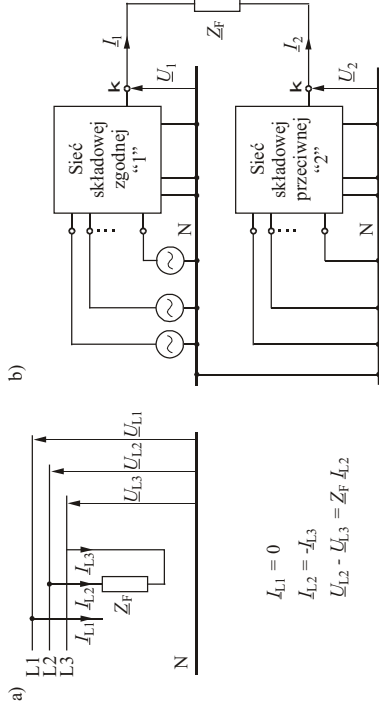
Sieć, dla której spełnione są te warunki nazywa się *siecią skutecznie uziemioną*. Dla takiej sieci izolacja fazowa może być ograniczona do 80% napięcia międzyfazowego.

W praktyce do powyższego warunku dodaje się też wymóg by prąd zwarcia jednofazowego nie był większy od prądu zwarcia trójfazowego, co jest spełnione przy (4.36). Pomijając wpływ rezystancji w warunku skutecznego uziemienia sieci (4.39) oba warunki (4.39) i (4.36) zapisuje się w następujący sposób:

$$1 \leq \frac{X_0}{X_1} \leq 3 \quad (4.40)$$

Na wartość X_0 mają wpływ przede wszystkim transformatory pracujące w sieci. Uziemienie punktów neutralnych uzwojeń transformatorów połączonych w gwiazdę powoduje zmniejszanie wartości X_0 bez zmiany X_1 . Dla sieci w której transformatory pracują z izolowanym punktem neutralnym $\beta = \infty$.

Zwarcie dwufazowe (K2)



Rys. Zwarcie dwufazowe faz L2,L3:

a) schemat fazyowy (tylko węzeł k); b) schemat połączenia sieci składowych symetrycznych

Zakłada się, że w wybranym węzle nastąpiło zwarcie faz L2,L3. Zwarcie to (rys.4.9a) jest niesymetryczne i prąd zwarcia w poszczególnych fazach można wyrazić w następujący sposób:

$$I_{L2} = -I_{L3} = \underline{I} \neq 0, \quad I_{L1} = 0 \quad (4.41)$$

Z wzoru (4.3) dla składowych symetrycznych otrzymuje się:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{I} \\ -\underline{I} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \underline{I} \begin{bmatrix} 0 \\ (a-a^2) \\ (a^2-a) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

czyli:

$$\underline{I}_0 = 0 \quad (4.43)$$

$$\underline{I}_1 = -\underline{I}_2 = \frac{1}{3} \underline{I} (a-a^2) \quad (4.44)$$

Z wzoru (4.28) wynika, że $(a-a^2) = j\sqrt{3}$. Stąd:

$$\underline{I}_1 = -\underline{I}_2 = j \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{I} \quad \text{lub} \quad \underline{I} = -j\sqrt{3} \underline{I}_1 \quad (4.45)$$

Prąd zwarcia (4.41) na impedancji zwarcia Z_F wywołuje (rys.4.9a) stratę napięcia:

$$U_{L2} - U_{L3} = Z_F \underline{I}_2 = Z_F \underline{I} = -j\sqrt{3} Z_F \underline{I}_1 \quad (4.46)$$

Równocześnie:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

czyli

$$\underline{U}_{L2} = a^2 \underline{U}_1 - a \underline{U}_2 \quad \text{oraz} \quad \underline{U}_{L3} = a \underline{U}_1 - a^2 \underline{U}_2$$

$$- \underline{U}_{L3} = -a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2$$

stąd

$$\underline{U}_{L2} - \underline{U}_{L3} = (a^2 - a)(\underline{U}_1 - \underline{U}_2) = -j\sqrt{3}(\underline{U}_1 - \underline{U}_2) \quad (4.47)$$

gdź $(a^2 - a) = -j\sqrt{3}$.

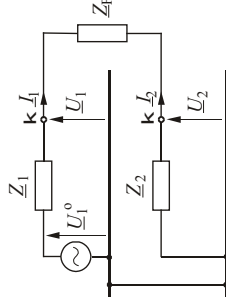
Z równań (4.46)(4.47) otrzymujemy się:

$$(\underline{U}_1 - \underline{U}_2) = \underline{Z}_F \underline{I}_1 \quad (4.48)$$

Z wzorów (4.45)(4.48) wynika, że w przypadku zwarcia dwufazowego (fazy L2,L3) sieci składowej zgodnej i składowej przeciwnej muszą być z sobą połączone równolegle poprzez impedancję zwarcia (rys.4.9b).

Sieć składowej zerowej nie bierze udziału w obliczeniach, gdyż prąd jest równy zeru (wzór (4.43)).

Analogicznie jak w przypadku zwarcia trójfazowego i jednofazowego dla każdej z sieci składowych symetrycznych można znaleźć impedancję Thevenina. Sposób połączenia tych impedancji pokazano na rys.4.10. Źródłem wymuszającym jest \underline{U}_1^0 .



Rys. Schemat połączenia impedancji Thevenina dla zwarcia dwufazowego faz L2,L3

Obliczenie składowych symetrycznych prądu i napięcia na podstawie otrzymanego schematu zastępczego jest bardzo proste. Z praw Ohma i Kirchhoffa dla tego obwodu otrzymujemy się:

$$I_1 = -I_2 = \frac{\underline{U}_1^0}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_F} \quad (4.49)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_1^0 - \underline{Z}_1 I_1 \quad (4.50)$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{Z}_2 I_2 \quad (4.51)$$

Podstawiając (4.49) do (4.50)(4.51) otrzymujemy się:

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_F}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_F} \underline{U}_1^0 \quad (4.52)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_F} \underline{U}_1^0 \quad (4.53)$$

Oczywiście (co także wynika z (4.48)) dla $\underline{Z}_F = 0$ zachodzi $\underline{U}_1 = \underline{U}_2$.

Podobnie jak dla zwarcia jednofazowego warto wyprowadzić ogólne wzory na wielkości fazowe prądów i napięć. Wzory na prądy fazowe można uzyskać podstawiając do (4.41) wartości wynikające z (4.45) i (4.49). Uwzględniając, że $\underline{U}_1^0 = \underline{U}_{L1}^0$ (wzór (4.1)) otrzymujemy się:

$$\underline{I}_{L2} = -\underline{I}_{L3} = \underline{I} = -j\sqrt{3}\underline{I}_1 = \frac{-j\sqrt{3}\underline{U}_{L1}^0}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_F} \quad (4.54)$$

Wartości fazowe napięć można obliczyć z wzoru

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

Podstawiając do niego wartość $\underline{U}_0 = 0$ oraz wartości \underline{U}_1 , \underline{U}_2 wynikające z (4.52)(4.53) otrzymujemy się:

$$\underline{U}_{L1} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \frac{2\underline{Z}_2 + \underline{Z}_F}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_F} \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.55)$$

$$\underline{U}_{L2} = a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 = -\frac{\underline{Z}_2 - a^2 \underline{Z}_F}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_F} \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.56)$$

$$\underline{U}_{L3} = a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 = -\frac{\underline{Z}_2 - a \underline{Z}_F}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_F} \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.57)$$

W przypadku $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$ (wzór (4.29)) powyższe wzory upraszczają się do następującej postaci:

$$\underline{I}_{L2} = -\underline{I}_{L3} = \frac{-j\sqrt{3}\underline{U}_{L1}^0}{2\underline{Z}_1 + \underline{Z}_F} \quad (4.58)$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.59)$$

$$\underline{U}_{L2} = -\frac{\underline{Z}_1 - a^2 \underline{Z}_F}{2\underline{Z}_1 + \underline{Z}_F} \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.60)$$

$$\underline{U}_{L3} = -\frac{\underline{Z}_1 - a \underline{Z}_F}{2\underline{Z}_1 + \underline{Z}_F} \underline{U}_{L1}^0 \quad (4.61)$$

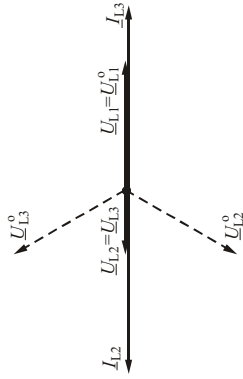
Napięcie fazy zdrowej L1 (wzór (4.59)) nie ulega zmianie przy zwarcie faz L2,L3.

W przypadku gdy zwarcie jest bezpośrednie ($Z_F = 0$) napięcia faz zwartych nie zależą od wartości impedancji Thevenina i tym samym nie zależą od wartości prądu zwarcia. Napięcia te są jednakowe i równe połowie napięcia fazy zdrowej (wziętej ze znakiem minus):

$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_{L3} = -\frac{1}{2} \underline{U}_{L1} \quad \text{dla} \quad Z_F = 0 \quad (4.62)$$

$$\underline{I}_{L2} = -\underline{I}_{L3} = -\frac{j\sqrt{3}\underline{U}_{L1}}{2Z_1} \quad \text{dla} \quad Z_F = 0 \quad (4.63)$$

Wykres fazorowy prądów i napięć dla przypadku $Z_F = 0$ pokazano na rys.4.11.



Rys. Prądy i napięcia w przypadku bezpośredniego zwarcia dwufazowego faz L2,L3

Wartość skuteczną prądu zwarcia dwufazowego przy pominięciu rezystancji jest:

$$I_{K2} = I_{L2} = I_{L3} = \frac{\sqrt{3} \underline{U}_{L1}}{2X_1} \quad (4.64)$$

Porównując (4.64) z (4.15) łatwo sprawdzić, że prąd zwarcia dwufazowego jest zawsze mniejszy od prądu zwarcia trójfazowego, gdyż:

$$I_{K2} = (\sqrt{3}/2) I_{K3}$$

Zwarcie dwufazowe z ziemią (K2E)

Zwarcie dwufazowe z ziemią zasadniczo różni się od zwarcia dwufazowego bez udziału ziemi. Jak w przyzwarcu dwufazowym prąd zwarcia fazy zdrowej jest równy zeru lecz wskutek połączenia faz zwartych z ziemią (rys.4.12a) suma ich prądów wpływa do ziemi:

$$\underline{I}_{L1} = 0 \quad (4.65)$$

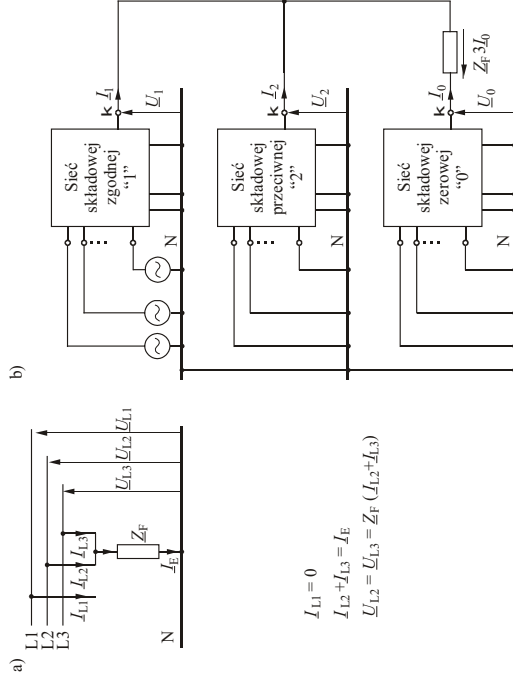
$$\underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3} = \underline{I}_E \quad (4.66)$$

Z równania (4.3) uwzględniając warunki (4.65)(4.66) otrzymuje się:

$$\underline{I}_0 = \frac{1}{3}(\underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3}) \quad \text{lub} \quad (\underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3}) = \underline{I}_E = 3\underline{I}_0 \quad (4.67)$$

$$\underline{I}_{L1} = (\underline{I}_0 + \underline{I}_1 + \underline{I}_2) = 0 \quad (4.68)$$

Suma prądów faz zwartych równa jest prądowi płynącemu do ziemi co odpowiada także trzykrotnej wartości składowej zerowej prądu zwarcia. Suma składowych symetrycznych prądu zwarcia jest równa zeru, co wskazuje na to, że sieci składowych symetrycznych trzeba będzie łączyć w jednym węźle.



$$\begin{aligned} I_{L1} &= 0 \\ I_{L2} + I_{L3} &= I_E \\ \underline{U}_{L2} = \underline{U}_{L3} &= \underline{Z}_F (I_{L2} + I_{L3}) \end{aligned}$$

Rys. Zwarcie dwufazowe z ziemią faz L2,L3: a) schemat fazy L1 (tylko węzeł b); b) schemat połączenia sieci składowych symetrycznych

Prąd zwarcia płynący do ziemi, na impedancji zwarcia Z_F powoduje stratę napięcia, która zarazem jest równa napięciom faz L2 oraz L3 względem ziemi (rys.4.12a):

$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_{L3} = \underline{Z}_F (\underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3}) = \underline{Z}_F 3\underline{I}_0 \quad (4.69)$$

Korzystając z (4.4) napięcia te można wyrazić w postaci składowych symetrycznych:

$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_0 + a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 \quad (4.70)$$

$$\underline{U}_{L3} = \underline{U}_0 + a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 \quad (4.71)$$

Z równości obu tych napięć (wzór (4.69)) wynika

$$\underline{U}_0 + a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 = \underline{U}_0 + a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2,$$

czyli

$$(a^2 - a) \underline{U}_1 = (a^2 - a) \underline{U}_2.$$

Stąd ostatecznie:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \quad (4.72)$$

Podstawiając teraz (4.72) do (4.70) otrzymuje się:

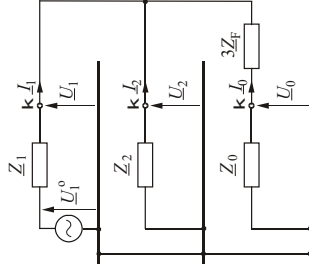
$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_0 + a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 = \underline{U}_0 + (a^2 + a) \underline{U}_1 = \underline{U}_0 - \underline{U}_1 \quad (4.73)$$

Z równań (4.73) oraz (4.69) wynika $(\underline{U}_0 - \underline{U}_1) = 3\underline{Z}_F \underline{I}_0$, czyli:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}_0 - 3\underline{Z}_F \underline{I}_0 \quad (4.74)$$

Z wzorów (4.68) (4.74) wynika, że w przypadku zwarcia dwufazowego z ziemią (fazy L2,L3) sieci składowej zgodnej i składowej przeciwnej muszą być z sobą połączone równolegle w jednym węźle (rys.4.12b) przy czym w obwodzie składowej zerowej musi znaleźć się trzykrotna wartość impedancji zwarcia $3\underline{Z}_F$. Wynika to z faktu, że suma składowych symetrycznych prądu jest zero (wzór (4.68)) a składowa zgodna i przeciwna napięć są jednakowe (wzór (4.72)) i mniejsze od składowej zerowej napięcia o stratę wywołaną przez składową zgodną prądu na trzykrotnej wartości impedancji zwarcia (wzór (4.74)).

Analogicznie jak w przypadku poprzednich zwarć dla każdej z sieci składowych symetrycznych można znaleźć impedancję Thevenina. Sposób połączenia tych impedancji pokazano na rys.4.13.



Rys. 4.13. Schemat połączenia impedancji Thevenina dla zwarcia dwufazowego faz L2,L3 z ziemią

Obliczenie składowych symetrycznych prądu i napięcia na podstawie otrzymanego schematu zastępczego jest bardzo proste. Impedancje \underline{Z}_0 , $3\underline{Z}_F$ połączone są szeregowo. Z nimi równolegle połączona jest impedancja \underline{Z}_2 . Do nich zaś szeregowo dołączona jest impedancja \underline{Z}_1 oraz źródło wymuszające \underline{U}_1^0 . Z prawa Ohma dla tego obwodu otrzymuje się:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1^0}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2(\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F)}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F}} \quad (4.75)$$

Prąd ten rozdziela się na prądy \underline{I}_2 oraz \underline{I}_0 odwrotnie proporcjonalnie do impedancji \underline{Z}_2 oraz $(\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F)$ w ich obwodzie. Czyli:

$$\underline{I}_2 = -\frac{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \underline{I}_1 \quad (4.76)$$

$$\underline{I}_0 = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \underline{I}_1 \quad (4.77)$$

Z prawa Kirchhoffa dla omawianego obwodu (podobnie jak dla poprzednio omówionych zwarć) wynika:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_1^0 - \underline{Z}_1 \underline{I}_1 \quad (4.78)$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{Z}_2 \underline{I}_2 \quad (4.79)$$

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \underline{I}_0 \quad (4.80)$$

Korzystając z powyższych wzorów na składowe symetryczne prądu i napięcia oraz wzorów (4.3) (4.4) można wyprowadzić ogólne wzory na prądy i napięcia fázowe. Wzory te są jednak dość skomplikowane i nie dadzą się uprościć jak w przypadku poprzednio omówionych zwarć. W praktyce obliczenia wielkości fázowych najprościej jest wykonać obliczając najpierw wartości liczbowe składowych symetrycznych a następnie wartości liczbowe wielkości fázowych.

W przypadku zwarcia bezpośredniego ($\underline{Z}_F = 0$) i pominięcia rezystancji w impedancjach Thevenina ($\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = jX_1$ oraz $\underline{Z}_0 = jX_0$) z wzorów (4.75)-(4.77) otrzymuje się:

$$\underline{I}_1 = +\frac{\underline{U}_1^0}{jX_1} \frac{1+\beta}{1+2\beta} \quad (4.81)$$

$$\underline{I}_2 = -\frac{\underline{U}_1^0}{jX_1} \frac{\beta}{1+2\beta} \quad (4.82)$$

$$\underline{I}_0 = -\frac{\underline{U}_1^0}{jX_1} \frac{1}{1+2\beta} \quad (4.83)$$

gdzie $\beta = X_0 / X_1$ zostało zdefiniowane wzorem (4.34) przy omawianiu zwarcia jednofazowego. Podstawiając (4.81)-(4.83) do wzorów (4.3) otrzymuje się:

$$\underline{I}_{L2} = +\frac{\underline{U}_1^0}{jX_1} \frac{1}{1+2\beta} \left[(a^2 - 1) + \beta(a^2 - a) \right] \quad (4.84)$$

$$\underline{I}_{L3} = +\frac{\underline{U}_1^0}{jX_1} \frac{1}{1+2\beta} \left[(a - 1) + \beta(a - a^2) \right] \quad (4.85)$$

Stąd prąd płynący do ziemi (wzór (4.66)):

$$\underline{I}_E = \underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3} = -\frac{\underline{U}_1^0}{jX_1} \frac{3}{1+2\beta} \quad (4.86)$$

co jest zgodne z wzorami (4.67) (4.83), gdyż: $\underline{I}_E = 3\underline{I}_0$.

Dla porównania ze prądem zwarcia trójfazowego warto wyznaczyć wartości bezwzględne prądu płynącego w fazach i do ziemi przy zwarciu dwufazowym z ziemią. Biorąc pod uwagę wzory (3.28) określające wartości a , a^2 z wzoru (4.84) otrzymuje się:

$$\underline{I}_{kZE} = \underline{I}_{L2} = \frac{\underline{U}_1^0}{X_1} \frac{\sqrt{3(1+\beta+\beta^2)}}{1+2\beta} \quad (4.87)$$

Biorąc pod uwagę (4.15) oraz z wzorów (4.88) (4.86) (4.35) otrzymuje się następujące porównanie w stosunku do zwarcia trójfazowego i jednofazowego:

$$\frac{I_{K2E}}{I_{K3}} = \frac{\sqrt{3(1+\beta+\beta^2)}}{1+2\beta}$$

$$\frac{I_{K1}}{I_{K2E}} = \frac{1+2\beta}{2+\beta} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1+\beta+\beta^2}} \quad (4.88)$$

$$\frac{I_E}{I_{K3}} = \frac{3}{1+2\beta} \quad (4.89)$$

Z wzorów tych wynikają następujące istotne wnioski:

- Dla $\beta = X_0 / X_1 = 1$ prądy zwarcia dwufazowego z ziemią i jednofazowego są jednakowe i równe prądowi zwarcia trójfazowego:
- Dla $\beta = X_0 / X_1 = 1$ przy zwarciu dwufazowym z ziemią prąd zwarcia płynący fazą jak również prąd płynący do ziemi jest równy (co do wartości skutecznej) prądowi przy zwarciu trójfazowym:
- Dla $\beta < 1$ przy zwarciu dwufazowym z ziemią zarówno prąd w fazie jak i prąd płynący do ziemi jest większy od prądu przy zwarciu trójfazowym.
- Dla $\beta > 1$ prądy zwarcia dwufazowego z ziemią (prąd w fazie i do ziemi) są mniejsze od prądu zwarcia trójfazowego.
- Przy $\beta = \infty$ (sieć z izolowanym punktem neutralnym) prąd zwarcia dwufazowego z ziemią jest taki sam jak prąd zwarcia dwufazowego bez ziemi:

$$I_{K2E} = I_{K2} = \frac{\sqrt{3}}{2} I_{K3} \quad (4.90c)$$

- Prąd zwarcia dwufazowego z ziemią jest większy od prądu zwarcia jednofazowego dla $\beta > 1$ ale dla $\beta < 1$ (bliskich jedności) sytuacja jest odwrotna tzn. prąd zwarcia jednofazowego może być trochę większy od prądu zwarcia dwufazowego z ziemią.

Na rys.4.14 pokazano zależność prądu zwarcia jednofazowego (linia przerywana) oraz zwarcia dwufazowego z ziemią (linia ciągła) od stosunku reaktancji $\beta = X_0 / X_1$. Wielkości prądów odniesiono do wartości prądu zwarcia trójfazowego jak we wzorze (4.35) oraz (4.87). Warto również zwrócić uwagę, że dla $\beta = 1$ zachodzi

$$[(a^2 - 1) + \beta(a^2 - a)] = [(2a^2 - (a+1))] = 3a^2 \quad (4.91)$$

$$[(a-1) + \beta(a-a^2)] = [(2a - (a^2 + 1))] = 3a \quad (4.92)$$

i wzory (4.84)-(4.86) upraszczają się do postaci:

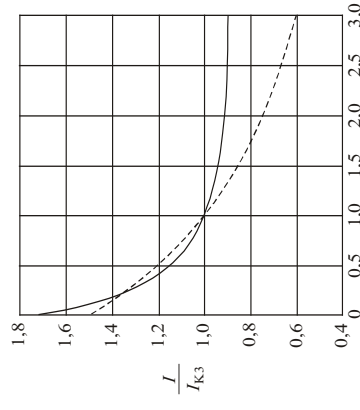
$$I_{L2} = \frac{U_{L1}^0}{jX_1} a^2 = \frac{U_{L2}}{jX_1} \quad (\text{dla } \beta = 1) \quad (4.93)$$

$$I_{L3} = \frac{U_{L1}^0}{jX_1} a = \frac{U_{L3}}{jX_1} \quad (\text{dla } \beta = 1) \quad (4.94)$$

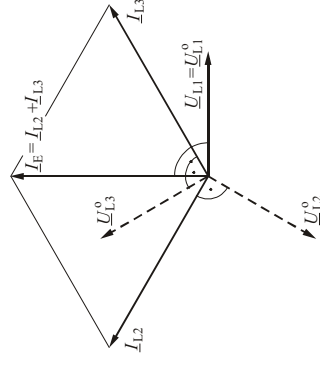
$$I_E = I_{L2} + I_{L3} = -\frac{U_{L1}^0}{jX_1} \quad (\text{dla } \beta = 1) \quad (4.95)$$

co jest zgodne z (4.66) gdyż $\underline{U}_{L1}^0 = -(\underline{U}_{L2}^0 + \underline{U}_{L3}^0)$.

Wykres fazorowy dla tego przypadku pokazano na rys.4.15.



Rys. 4.14. Zależność prądu zwarcia dwufazowego z ziemią (linia ciągła) oraz prądu zwarcia jednofazowego (linia przerywana) od stosunku reaktancji $\beta = X_0 / X_1$ (wartości obu prądów odniesiono do prądu zwarcia 3-fazowego)



Rys. 4.15. Wykres fazorowy dla bezpośredniego zwarcia dwufazowego faz L2,L3 z ziemią w przypadku pominięcia rezystancji oraz $\beta = X_0 / X_1 = 1$

W omawianym przypadku zwarcia bezpośredniego ($Z_F = 0$) i pominięcia rezystancji w impedancjach Thevenina ($Z_1 = Z_2 = jX_1$ oraz $Z_0 = jX_0$) z wzorów (4.78)-(4.80) po podstawieniu (4.81)-(4.83) otrzymuje się:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}_0 = U_1^0 \frac{\beta}{1+2\beta} \quad (4.96)$$

co jest zgodne z wzorem (4.74) dla którego przy $\underline{Z}_F = 0$ też otrzymuje się $\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}_0$.
Napięcie fazy zdrowej (faza L1) jest w tym przypadku określone wzorem:

$$\underline{U}_{L1} = \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 3\underline{U}_1 = \underline{U}_{L1}^0 \frac{3\beta}{1+2\beta} \quad (4.97)$$

Dla $\beta = 1$ z wzoru tego otrzymuje się $\underline{U}_{L1} = \underline{U}_{L1}^0$, co oznacza że w tym przypadku napięcie fazy zdrowej nie ulega zmianie wskutek bezpośredniego zwarcia dwufazowego z ziemią.

Przy $\beta < 1$ zwarcie faz L2, L3 z ziemią powoduje zmniejszenie napięcia fazy zdrowej L1.

Przy $\beta > 1$ napięcie fazy zdrowej L1 zwiększa się wskutek zwarcia faz L2, L3 z ziemią, przy czym największa wartość $\underline{U}_{L1} = (3/2)U_{L1}^0 = 1,5 U_{L1}^0$ osiągana jest w sieci z izolowanym punktem neutralnym dla której $\beta = X_0 / X_1 = \infty$.

Wzór (4.97) dotyczy liczb zespolonych i stąd wynika też wniosek, że napięcie fazy zdrowej nie zmienia argumentu (rys.4.15).

Jest tu trochę podobieństwa ze zwarcieciem jednofazowym dla którego napięcie faz zdrowych także nie zmienia się przy $\beta = 1$ oraz zwiększa się w trakcie zwarcia gdy $\beta > 1$ lub zmniejsza gdy $\beta < 1$. Inne są jednak zależności liczbowe od β a także wartość graniczna dla $\beta = \infty$ (przy zwarcie jednofazowym $U_{L1} = \sqrt{3}U_{L1}^0 = 1,73 U_{L1}^0$ oraz $U_{L1} = (3/2)U_{L1}^0 = 1,5 U_{L1}^0$ przy zwarcie dwufazowym z ziemią). Ponadto, przy zwarcie jednofazowym dla $\beta \neq 1$ napięcia faz zdrowych zmieniają argumenty, zaś przy zwarcie dwufazowym z ziemią napięcie fazy zdrowej nie zmienia argumentu (oczywiście w omawianym przypadku przy pominięciu rezystancji).

MODELE ELEMENTÓW SEE DO OBLICZEŃ ZWARCIOWYCH

W rozdziale tym omówione zostaną modele matematyczne elementów systemu stosowane do obliczania początkowego prądu zwarcia oraz jego rozpyływu w sieci.

GENERATORY SYNCHRONICZNE

Początkowy prąd zwarcia występuje dla $t = 0_+$, czyli pierwszej chwili stanu podprzejsiowego. W tym stanie generator może być zastąpiony źródłem o napięciu odpowiadającym sem podprzejsiowej \underline{E}'' .

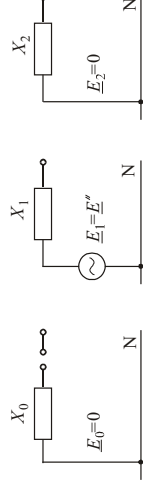
Generator synchroniczny jest trójfazowym źródłem symetrycznym i w stanie podprzejsiowym we współrzędnych fazowych można przyjąć:

$$\underline{E}_{L1} = \underline{E}'' \quad \underline{E}_{L2} = a^2 \underline{E}'' \quad \underline{E}_{L3} = a \underline{E}''$$

Dla takiego źródła korzystając z przekształceń składowych symetrycznych otrzymuje się:

$$\underline{E}_0 = 0; \quad \underline{E}_1 = \underline{E}''; \quad \underline{E}_2 = 0$$

Oznacza to, że w składowych symetrycznych tylko sem składowej zgodnej jest różna od zera zaś dla składowej przeciwnej i zerowej sem mają zerowe wartości.



Rys. Schematy zastępcze generatora dla składowych symetrycznych do obliczania początkowego prądu zwarcia

Powstaje teraz pytanie jaki jest związek między reaktancjami podprzejsiowymi X_d'', X_q'' oraz reaktancjami X_1, X_2, X_0 zastępującymi generator w składowych symetrycznych.

Na pytanie to można dość łatwo znaleźć odpowiedź analizując wzory na prądy zwarcia trójfazowego i zwarcia dwufazowego wyprowadzone w książce.

Reaktancje dla składowej zgodnej X_1 można określić na podstawie zwarcia 3-fazowego (jest tylko składowa zgodna).

Z przebiegu prądu zwarcia trójfazowego (książka) wynika, że w pierwszej chwili zwarcia prąd zwarcia ma wartość

$$I_{K3} = \frac{E''}{X_d''}$$

Natomiast z analizy składowych symetrycznych wynika

$$I_{K3} = \frac{U^0}{X_1}$$

Z porównania obu wzorów przy $E'' = U^0$ wynika, że dla generatora przyjąć:

$$X_1 = X_d''$$

czyli reaktancja zastępcza generatora dla składowej zgodnej w pierwszej chwili stanu podprzejsiowego odpowiada reaktancji podprzejsiowej wzdłużnej.

Reaktancje dla składowej przeciwnej X_2 można uzyskać w sposób analogiczny analizując prąd zwarcia dwufazowego (występuje składowa zgodna i przeciwna). Prąd zwarcia dwufazowego (książka) składa się z następujących składników:

- składowej okresowej częstotliwości podstawowej, nieparzystych harmonicznych, których amplituda zależy od współczynnika asymetrii wirnika
- składowej nieokresowej oraz parzystych harmonicznych zależnych od momentu powstania zwarcia.

W pierwszej chwili prąd zwarcia dwufazowego generatora dany jest wzorem:

$$I_{K2}'' = \frac{\sqrt{3} E''}{X_d'' + \sqrt{X_d'' X_q''}}$$

Natomiast z analizy składowych symetrycznych wynika

$$I_{K2}'' = \frac{\sqrt{3} U^0}{X_1 + X_2}$$

Z porównania wzorów przy $X_1 = X_d''$ wynika, że w stanie podprzejęciowym generator synchroniczny przeciwstawia składowej przeciwnej prądu zwarcia reaktancję:

$$X_2 = \sqrt{X_d'' X_q''}$$

Składowa przeciwna prądu wytwarza pole wirujące przeciwie do kierunku wirowania wirnika, co powoduje że pole to przecina uzwojenia wirnika z prędkością dwukrotnie większą od prędkości synchronicznej. Reaktancja jaką generator przeciwstawia składowej przeciwnej prądu odpowiada powyższemu wzorowi.

Dla składowej zerowej prądu generator synchroniczny stanowi praktycznie przerwę, gdyż trójfazowe uzwojenia generatorów łączone są w gwiazdę z izolowanym punktem neutralnym. W takim przypadku składowa zerowa (jedna trzecia sumy prądów fazowych) nie ma drogi przepływu. Niewielkie wartości zerowej prądu mogą zamknąć się przez pojemności doziemne uzwojeń, co wykorzystuje się w zabezpieczeniach od doziemienia uzwojeń. Gdyby jednak założyć teoretycznie, że punkt neutralny generatora został uzziemiony (czego w praktyce nie robi się) to można by rozważyć jaką reaktancję zastępczą X_0 stanowiłby wtedy generator. Każde z uzwojeń wytworzyłoby wtedy identyczny strumień lecz wskutek przesunięcia uzwojeń na stojanie o 120° strumienie te byłyby przesunięte przemiennie o taki sam kąt. Ich suma byłaby równa zero tzn. wypadkowy strumień nie przechodziłby przez żelazo wirnika. Strumienie poszczególnych uzwojeń mogłyby więc zamknąć się wyłącznie przez drogi rozproszenia uzwojeń stojana.

Reaktancja X_0 generatora byłaby bardzo mała i zależałaby głównie od sposobu ułożenia uzwojeń. Ogólnie szacuje się, że taka reaktancja miałaby wartość $X_0 \approx (0,1 \div 0,6) X_d''$. Trzeba jednak podkreślić, że taka wartość nie ma znaczenia dla obliczeń zwarcia, gdyż punkt neutralny uzwojeń generatora nie jest uzziemiany i generator stanowi praktycznie przerwę dla przepływu składowej zerowej.

Tablica. Przykładowe parametry generatorów synchronicznych dużej mocy

Parametr	Rotor cylindryczny z biegunami utajonymi		Rotor z biegunami wydatnymi	
S_n MVA	200	600	1500	230
X_d'' %	17	28	28	25
X_q'' %	17	32	32	27

*) Wartości % reaktancji odniesione są do mocy znamionowej i napięcia znamionowego

Duże generatory synchroniczne zwykle mają klatki tłumiące w osi wzdłużnej i poprzecznej. Dla takiej maszyny można pominąć asymetrię w stanie podprzejęciowym i przyjąć:

$$X_q'' \approx X_d'' = X''$$

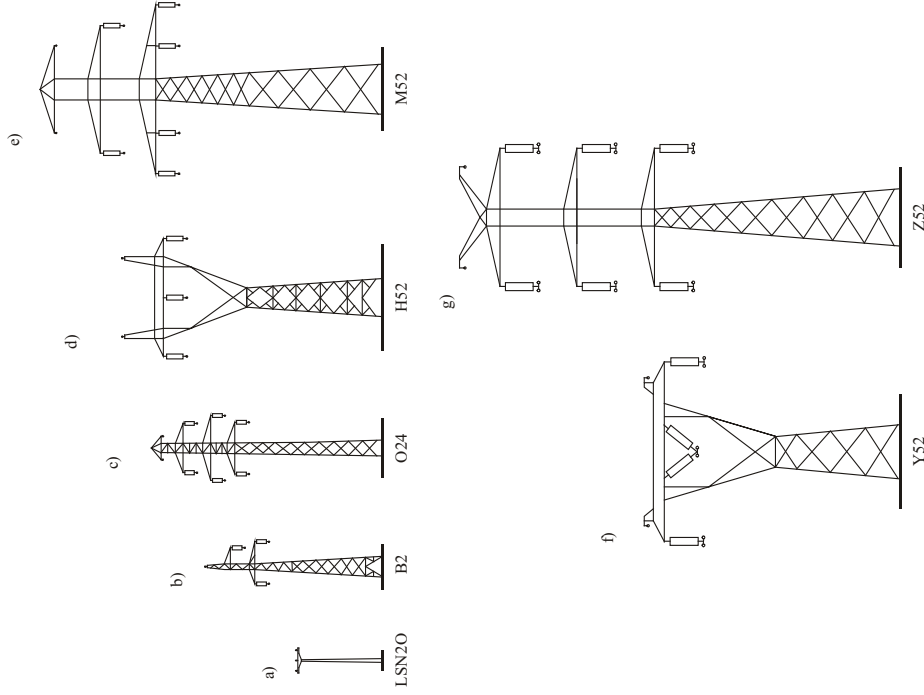
Dla powyższych schematów składowych symetrycznych ma to takie znaczenie, że dla składowej zgodnej i przeciwnej są jednakowe:

$$X_2 = X_1 = X''$$

Warto podkreślić, że źródło opisane równaniem (6.21) w prosty sposób może być wykorzystane w metodzie węzłowej będącej podstawową metodą analizy zwart w sieciach wielowęzłowych.

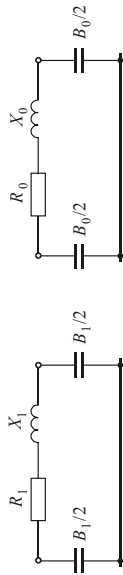
NAPOWIETRZNE LINIE ELEKTROENERGETYCZNE

Impedancje składowych symetrycznych linii napowietrznych zależą od impedancji własnych i wzajemnych poszczególnych faz, a te zależą od parametrów konstrukcyjnych takich jak liczba przewodów w fазie (wiązka), rozłożenie przewodów fazowych, odległości między przewodami fazowymi, liczba przewodów odgromowych i ich odległości do przewodów fazowych, odległości poszczególnych przewodów względem ziemi.



Rys. Słupki słupów przelotowych typowych napowietrznych linii elektroenergetycznych: a) słup LSN 20, $U_n=15,20$ kV; b) słup B2, $U_n=110$ kV, c) słup O24, $U_n=110$ kV; d) słup H52, $U_n=220$ kV, e) słup M52, $U_n=220$ kV, f) słup Y52, $U_n=400$ kV; g) słup Z52, $U_n=400$ kV

Dla stanów ustalonych i obliczeń zwarciovych (stan początkowy zwarcia) modele linii dla składowych symetrycznych są czwórnikami π o skłupionych parametrach podłużnych R_1, X_1, R_0, X_0 oraz parametrach poprzecznych B_1, B_0 . Parametry poprzeczne rozdziela się na dwie połowy, jak na rysunku.



Rys. Schematy zgodny i zerowy, jednotorowej napowietrznej linii elektroenergetycznej

Schemat dla składowej przeciwnicy i jego parametry są takie same jak dla składowej zgodnej: $R_2 = R_1; X_2 = X_1; B_2 = B_1$. Korzystając z teorii elektromagnetyzmu można wyrowadzić wzory matematyczne na impedancje składowych symetrycznych linii w zależności od parametrów konstrukcyjnych. Omówiono to w książce. W praktyce wykonuje się pomiary, co daje gwarancję porównanych wartości.

Aby uniezależnić się od długości linii parametry podaje się na km linii nazywając je parametrami jednostkowymi. Parametry jednostkowe linii o przekrojach słupów jak na powyższym rysunku podano w książce.

Należy zapamiętać następujących wartości średnie:

$$X_1 \cong 0,4 \Omega / \text{km}$$

$$B_1 \cong 3 \mu\text{S} / \text{km}$$

$$X_0 \cong 3 \cdot X_1$$

$$B_0 \cong 0,6 \cdot B_1$$

Oddziaływanie przewodów odgromowych powoduje powiększenie pojemności zerowej linii B_0 . Wynika to z faktu, że na skutek uziemienia przewodów odgromowych odgromowych jest niejako przybliżona do przewodów fazowych. Odległość pomiędzy elektrodami tak utworzonego kondensatora ulega zmniejszeniu, czyli pojemność się zwiększa.

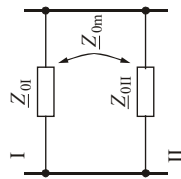
Przewody odgromowe powodują też zmniejszenie reakcji zerowej X_0 . Gdy na przykład linia bez przewodów odgromowych ma $X_0 \cong 3 \cdot X_1$ to z uwzględnieniem przewodów odgromowych $X_0 \cong 2,7 \cdot X_1$. Rezystancja R_1 zależy od przekroju przewodu. Dla linii wysokich napięć jest ona o rząd wielkości mniejsza od X_1 , czyli np. $R_1 \cong 0,04 \Omega / \text{km}$.

Rezystancja R_0 oprócz parametrów konstrukcyjnych linii zależy także od rezystywności gruntu i może wahać się w dużych granicach. Przykładowa wartość $R_0 \cong 0,1 \Omega / \text{km}$.

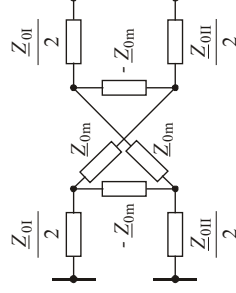
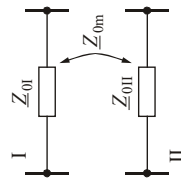
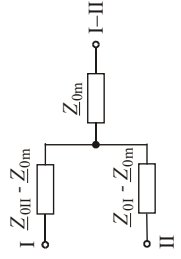
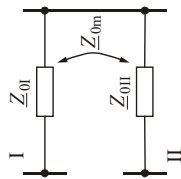
W przypadku linii dwutorowych w wyniku symetrii torów i zastosowaniu przepleceń przewodów fazowych przepływ prądów składowej zgodnej i przeciwnicy nie wprowadza żadnych oddziaływań pomiędzy torami. W rezultacie schemat linii dwutorowej dla składowej zgodnej i przeciwnicy odpowiada schematom dwóch niezależnych torów.

Inaczej ma się sytuacja ze schematami dla składowej zerowej. Tu istotną rolę odgrywają impedancje dla składowej zerowej poszczególnych torów $Z_{0I}; Z_{0II}$ oraz impedancja wzajemna między torami dla składowej zgodnej Z_{0m} .

Przykłady schematów dla składowej zerowej linii dwutorowej pokazano na rysunku.



$$\frac{Z_{0I} \cdot Z_{0II} - Z_{0m}^2}{Z_{0I} + Z_{0II} - 2Z_{0m}}$$



Rys. Schematy zerowe linii dwutorowej: a) tory połączone na obydwu końcach, b) tory połączone na jednym końcu; c) tory nie połączone na końcach

LINIE KABLOWE

Schematy zastępcze linii kablowych są takie same jak schematy linii napowietrznych. Parametry jednostkowe dla kabli są jednak inne niż dla linii napowietrznych co wynika z następującego powodu.

W liniach kablowych odległości między przewodami fazyowymi są bardzo małe. Małe są również odległości obwodów ziemnoprotnych utworzonych przez żyły robocze, powłokę ołowianą (starsze typy kabli), powłokę z taśm stalowych lub drutów, ekrany z papieru metalizowanego, żyły ochronne itp.

Wszystkie te obwody, z wyjątkiem utworzonych przez przewody robocze, są połączone z ziemią w wyniku celowego ich uzziemiania w głowicach i mufach kabli oraz z uwagi na bardzo dużą kondukcyjność wpływającą na niektóre powłoki ochronnych stykających się z ziemią na całej długości kabla.

Małe odległości między obwodami powodują, że (w porównaniu do linii napowietrznych) pojemności poprzeczne kabli są większe, reakcja zgodna (wzdłużna) jest mniejsza a stosunek X_0/X_1 jest większy.

Należy zapamiętać następujące wartości średnie

$$X_1 \approx 0,1 \Omega / \text{km}$$

$$B_1 \approx 250 \mu\text{S} / \text{km}$$

$$X_0 \approx 4 \cdot X_1$$

$$B_0 \approx 0,6 \cdot B_1$$

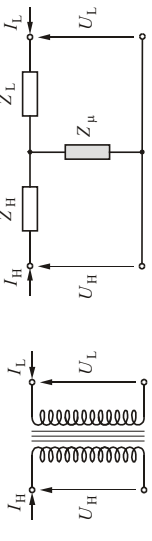
To są wartości orientacyjne. Zakres zmienności tych parametrów jest większy niż dla linii napowietrznych. Większy jest wpływ budowy kabli.

TRANSFORMATORY ENERGETYCZNE

Modele transformatorów dla składowej zgodnej

Zastanówmy się dlaczego podstawą do tworzenia schematów zastępczych transformatorów jest czwórnik typu T.

Rozpatrzmy dwa uzwojenia o jednakowej liczbie zwojów znajdujące się na wspólnym rdzeniu a więc sprzężone magnetycznie.



Rys. Dwa uzwojenia sprzężone magnetycznie (a) oraz ich schemat zastępczy (b)

Uzwojenia takie mogą być opisane równaniem

$$\begin{bmatrix} U_H \\ U_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{HH} & Z_M \\ Z_M & Z_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_H \\ I_L \end{bmatrix} \tag{6.69}$$

w którym: Z_{HH}, Z_{LL} są impedancjami własnymi uzwojeń, zaś Z_M jest impedancją wzajemną. Stąd:

$$U_H = Z_{HH}I_H + Z_M I_L \tag{6.70a}$$

$$U_L = Z_{LL}I_L + Z_M I_H \tag{6.70b}$$

Rdzeń magnetyczny nie jest idealny i obwód elektryczny musi dostarczyć energię na jego magnesowanie oraz straty. Pobór tej energii można wyrazić za pomocą prądu

$$I_\mu = I_H + I_L \tag{6.71}$$

który jest równy sumie prądów w obu uzwojeniach (dopływających do układu).

Podstawiając do (6.70a) za $I_L = (I_\mu - I_H)$ oraz do (6.70b) za $I_H = (I_\mu - I_L)$ otrzymuje się:

$$U_H = (Z_{HH} - Z_M)I_H + Z_M I_\mu \tag{6.72a}$$

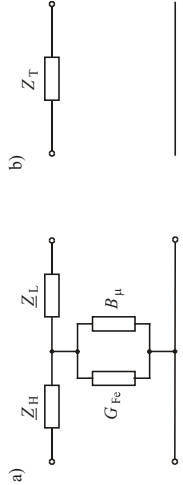
$$U_L = (Z_{LL} - Z_M)I_L + Z_M I_\mu \tag{6.72b}$$

Równaniom tym odpowiada (rys.6.22) schemat zastępczy typu T w którym $Z_\mu = Z_M$ jest gałęzią poprzeczną zaś $Z_H = (Z_{HH} - Z_M)$ oraz $Z_L = (Z_{LL} - Z_M)$ są gałęziami wzdłużnymi. Pod względem zjawisk fizycznych gałęzie wzdłużne odpowiadają rezystancjom uzwojeń oraz ich reakcjom rozproszonym, zaś gałąź poprzeczna odpowiada magnesowaniu rdzenia oraz zachodzącym w nim stratom.

Gałąź magnesowania najczęściej przedstawia się w postaci admitycyjnej

$$Y_\mu = \frac{1}{Z_\mu} = G_{Fe} + jB_\mu$$

gdzie G_{Fe} - odpowiada stratom w żelazie, B_μ - odpowiada prądowi magnesowania.



Rys. Schemat zastępczy transformatora: (a) typu T, (b) z pominięciem gałęzi poprzecznej
W obliczeniach zwarciovych pomija się gałąź poprzeczną i wtedy model transformatora ma trywialną postać dwójnika o impedancji

$$Z_T = Z_H + Z_L = R_T + jX_T.$$

Impedancję tę wyznacza się z próby zwarcia pomiarowego transformatora. W tej próbie zwiiera (trójfazowo) się uzwojenie wtórne a stronę pierwotną zasilą napięciem regulowanym. Napięcie podnosi od zera do wartości przy której w uzwojeniach płyną prądy znamionowe. Mierzy się moc czynną i napięcie zasilania. Wyrażając te wielkości w procentach w stosunku do wartości znamionowych otrzymuje się:

$$R_T = \frac{\Delta P_{cu}}{100} \cdot \frac{U_{TH}^2}{S_T}; \quad Z_T = \frac{u_K}{100} \cdot \frac{U_{TH}^2}{S_T}; \quad X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2}$$

gdzie:

U_{HH} - napięcie znamionowe międzyprzewodowe

S_T - moc znamionowa trójfazowa

u_K - napięcie zwarcia w procentach

Δp_{cu} - straty mocy czynnej na rezystancji w procentach.

Parametry gałęzi poprzecznej wyznacza się z próby stanu jałowego transformatora. Zasilając transformator od strony H napięciem znamionowym mierzy się prąd i moc czynną. Przy wyrażeniu tych wielkości w procentach otrzymuje się:

$$G_{Fe} = \frac{\Delta p_{Fe}}{100} \cdot \frac{S_T}{U_{HH}^2}; \quad i_\mu = \sqrt{i_0^2 - \Delta p_{Fe}^2}; \quad B_\mu = \frac{i_\mu \cdot S_T}{100 \cdot U_{HH}}$$

gdzie:

Δp_{Fe} - straty mocy czynnej w żelazie w procentach

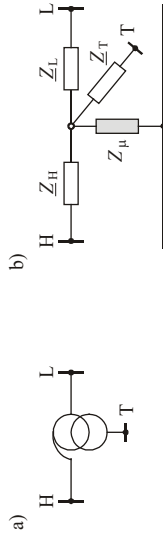
i_0 - prąd biegu jałowego w procentach.

Transformatory trójzwojowe są spotykane dość często w energetyce, zarówno w sieciach przesyłowych, jak i rozdzielczych. W sieciach przesyłowych wraz z autotransformatorem są one urządzeniami sprzęgającymi szyny o napięciach 400, 220 i 110 kV. W sieciach rozdzielczych stanowią na ogół powiązanie pomiędzy siecią 110 kV oraz sieciami SN o dwóch różnych poziomach napięć (np. 15 kV i 6 kV). Czasami jedno z uzwojeń służy do przyłączenia generatora.

Oznaczenia uzwojeń: H - *high voltage*, L - *low voltage*, T - *tertiary voltage* odpowiadają transformatorom sprzegającym.

W celu utworzenia modelu transformatorów tego typu wykorzystuje się następujące dane znamionowe:

- moc znamionową S_T równą największej mocy uzwojenia;
- znamionowe napięcie uzwojeń U_{HH} , U_{HL} , U_{HT} ;
- znamionowe napięcia zwarcia par uzwojeń $u_K HL$; $u_K HT$; $u_K LT$ wyrażone w procentach i odniesione z reguły do mocy znamionowej S_T .



Rys. Schemat transformatora trójzwojowego

O tym do jakiej mocy są odniesione wartości napięć należy dokładnie wiedzieć, gdyż stanowi to istotny element danych; dla transformatorów produkowanych w Polsce napięcia zwarcia par uzwojeń odnosi się właśnie do S_T , ale niektóre firmy podają napięcia zwarcia odniesione do odpowiedniej mocy przechoдной).

Wykorzystując przedstawione dane wyznacza się impedancje zwarciowe par uzwojeń:

$$Z_{HL} = \frac{u_{KHL}}{100} \cdot \frac{U_{HH}^2}{S_T}; \quad Z_{HT} = \frac{u_{KHT}}{100} \cdot \frac{U_{HH}^2}{S_T}; \quad Z_{LT} = \frac{u_{KLT}}{100} \cdot \frac{U_{HL}^2}{S_T} \quad (6.76)$$

przy czym wszystkie impedancje są obliczone na poziomie napięcia U_{HH} .

Podobnie jak w przypadku transformatora dwuzwojowego wprowadza się upraszczające założenie, że każde z uzwojeń charakteryzuje się impedancją oznaczoną odpowiednio Z_H , Z_L , Z_T . Związki tych impedancji z impedancjami zwarcioowymi (6.76) są następujące:

$$\begin{aligned} Z_{HL} &= Z_H + Z_L \\ Z_{HT} &= Z_H + Z_T \\ Z_{LT} &= Z_L + Z_T \end{aligned} \quad (6.78)$$

Traktując zależności (6.78) jako układ równań z trzema niewiadomymi można wyznaczyć impedancje charakteryzujące poszczególne uzwojenia:

$$\begin{aligned} Z_H &= 0,5(Z_{HL} + Z_{HT} - Z_{LT}) \\ Z_L &= 0,5(Z_{HL} + Z_{LT} - Z_{HT}) \\ Z_T &= 0,5(Z_{HT} + Z_{LT} - Z_{HL}) \end{aligned} \quad (6.79)$$

Przykład

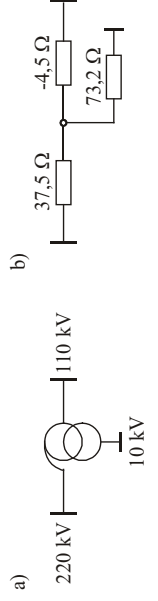
Parametry jednego z najczęstszych stosowanych w KSE autotransformatorów typu RTdK12,5/200 wynoszą: moce uzwojeń $S_{HH}=160$ MVA, $S_T=50$ MVA; przekładnia znamionowa 230/120/10,5 kV/kV/kV; napięcia zwarcia $u_{KHL}=10\%$, $u_{KHT}=33,5\%$, $u_{KLT}=20,8\%$; straty mocy w uzwojeniach są pomijane.

Należy wyznaczyć parametry schematu autotransformatora dla składowej zgodnej.

Na podstawie wzorów (6.76) i (6.77) wyznacza się następujące wartości reakcji uzwojeń sprowadzone na poziom górnego napięcia:

$$\begin{aligned} X_{Hm} &= \frac{u_{KHL} + u_{KHT} - u_{KLT}}{2 \cdot 100} \cdot \frac{U_{HH}^2}{S_T} = \frac{10 + 33,5 - 20,8}{2 \cdot 100} \cdot \frac{230^2}{160} = 37,5 \ \Omega \\ X_{Lm} &= \frac{u_{KLT} + u_{KHL} - u_{KHT}}{2 \cdot 100} \cdot \frac{U_{HH}^2}{S_T} = \frac{20,8 + 10 - 33,3}{2 \cdot 100} \cdot \frac{230^2}{160} = -4,5 \ \Omega \\ X_{Tm} &= \frac{u_{KHT} + u_{KLT} - u_{KHL}}{2 \cdot 100} \cdot \frac{U_{HH}^2}{S_T} = \frac{33,5 + 20,8 - 10}{2 \cdot 100} \cdot \frac{230^2}{160} = 73,2 \ \Omega \end{aligned}$$

Schemat zastępczy zgodny autotransformatora przedstawiono na rys. 6.26 W schemacie tym narysowano także gałąź poprzeczną Z_μ odpowiadającą stratom w żelazie i prądowi magnesowania rdzenia. W obliczeniach zwarcioowych gałąź tę zwykle pomija się i dlatego w przykładzie nie wylizczano odpowiednich wartości.



$$\begin{aligned} S_T &= 230 \text{ kV}/120 \text{ kV}/10,5 \text{ kV} \\ S_T &= 160 \text{ MVA} \end{aligned}$$

Rys. Autotransformator typu RTdKP oraz jego schemat zastępczy zgodny sprowadzony na stronę górnego napięcia

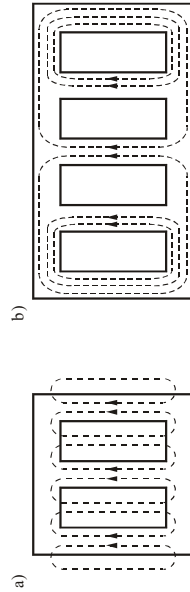
Należy zauważyć, że dla znacznej części jednostek trój-uzwojeniowych reaktancja uzwojenia o napięciu "średkowym" ma wartość ujemną. Fakt ten tłumaczy się jako wynik wzajemnego oddziaływania strumieni rozprószenia pochodzących od poszczególnych uzwojeń.

Modele transformatorów dla składowej zerowej

Podobnie jak dla składowej zgodnej dla składowej zerowej korzysta się ze schematu typu T. Inne są jednak wartości impedancji.

Są dwie istotne cechy transformatorów decydujące o wartościach impedancji w schemacie dla składowej zerowej:

- (1) konstrukcja rdzenia transformatora wpływa na wartość impedancji magnesowania $Z_{0\mu}$,
- (2) sposób połączenia uzwojeń transformatora decyduje o możliwości przepływu składowej zerowej przez transformator.



Rys. Przebieg strumienia pochodzącego od prądu składowej zerowej w rdzeniu transformatora a) rdzeń trójkolumnowy, b) rdzeń pięciokolumnowy

ad. 1. Wpływ konstrukcji rdzenia

Prądom $I_{L1}; I_{L2}; I_{L3}$ w uzwojeniach odpowiadają strumienie magnetyczne $\phi_A; \phi_B; \phi_C$ w poszczególnych jarzmach.

Gdy $I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} = 3I_0 \neq 0$ musi istnieć strumień $3\phi_0 \neq 0$.

W transformatorze trójkolumnowym (rys.a) strumień $3\phi_0$ nie ma drogi przez żelazo i zamyka się przebiegając na zewnątrz rdzenia (olej, kadz transformatora, powietrze). Drogę tę charakteryzuje duży opór magnetyczny. Dużej opomości magnetycznej na drodze strumienia $3\phi_0$ odpowiada mała impedancja magnesowania $Z_{0\mu}$. Słab dla transformatorów trójkolumnowych:

$$Z_{0\mu} = (0,4 + 0,6) \cdot Z_{1\mu}$$

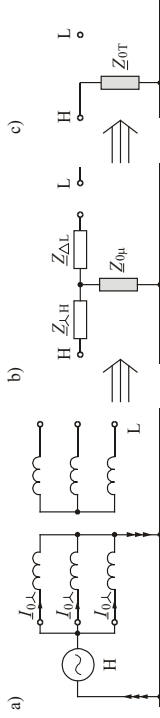
W transformatorze pięciokolumnowym lub trzech jednostkach jednofazowych dla strumienia $3\phi_0$ istnieje droga magnetyczna przez żelazo i impedancja magnesowania dla składowej zerowej nie różni się od impedancji magnesowania dla składowej zgodnej

$$Z_{0\mu} \cong Z_{1\mu}$$

ad. 2. Wpływ sposobu połączenia uzwojeń

Sposób połączenia uzwojeń decyduje o tym, czy składowa zerowa prądu może przepłynąć przez transformator.

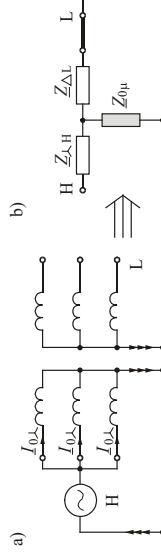
Połączenie Y_y z jednym uzziemieniem. Po stronie gwiazdy uzziemionej składowa zerowa $3I_0$ płynie przez przewód uzziemiający. Po stronie gwiazdy nie uzziemionej nie ma drogi dla składowej zerowej $3I_0$, co w schemacie odwzorowujemy przerwą w obwodzie (rysunek).



Rys. Wyznaczenie modelu zerowego transformatora o układzie połączeń Y_y ;
a) wymuszony przepływ składowej zerowej od strony gwiazdy, b) charakterystyczne elementy modelu zerowego c) schemat zastępczy

W przypadku gdy rdzeń jest cztero lub pięcero - kolumnowy impedancja $Z_{0\mu} \cong Z_{1\mu}$ jest duża i może być pominięta. W przypadku gdy rdzeń jest trójkolumnowy impedancja $Z_{0\mu} = (0,4 + 0,6) \cdot Z_{1\mu}$ jest mniejsza i nie zawsze może być pominięta. Wtedy trzeba przyjąć $Z_{0T} = Z_{0\mu} \neq \infty$. Po stronie gwiazdy z nie uzziemionym punktem istnieje napięcie $3U_0$ wynikające z indukowania się identycznych ko-fazowych sem w każdej fazie.

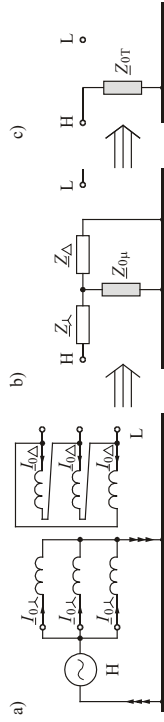
Połączenie Yy z dwoma uzziemieniami. W tym przypadku po obu stronach jest droga dla składowej zerowej $3I_0$, co w schemacie odwzorowujemy zamykając obwód (rysunek).



Rys. Wyznaczenie modelu zerowego transformatora o układzie połączeń Y_y ;
a) wymuszony przepływ składowej zerowej od strony gwiazdy, b) charakterystyczne elementy modelu zerowego c) schemat zastępczy

W przypadku gdy rdzeń jest cztero lub pięcero - kolumnowy impedancja $Z_{0\mu} \cong Z_{1\mu}$ jest duża i może być pominięta.

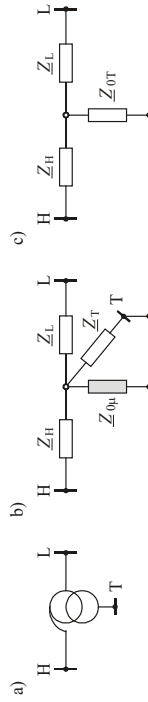
Połączenie Yd z uzziemieniem. Od strony gwiazdy uzziemionej jest droga dla składowej zerowej $3I_0$. Po stronie wtórnej w każdej fazie jest indukowana identyczna kofazowa sem. Wewnątrz zamkniętego trójkąta jest napięcie $3U_0$ i w każdej fazie płynie prąd I_0 . Zgodnie z pierwszym prawem Kirchhoffa prąd ten nie wypływa poza zamknięty trójkąt, co w schemacie obrazujemy za pomocą przerwy w obwodzie (rysunek). Fakt zamknięcia się prądu I_0 wewnątrz trójkąta w schemacie obrazujemy przez zwarcie Z_A do węzła odniesienia (rysunek).



Rys. Wyznaczanie modelu zerowego transformatora w układzie połączeń Yd;
 a) wymuszony przepływ składowej zerowej prądu od strony gwiazdy; b) charakterystyczne elementy modelu zerowego c) zastępczy model zerowy

W przypadku gdy rdzeń jest cztero lub pięcio - kolumnowy impedancja $Z_{0\mu} \approx Z_{1\mu}$ jest duża i może być pominięta. Gdy rdzeń jest trój - kolumnowy impedancja $Z_{0\mu}$ powinna być połączona równolegle z Z_{Δ} , czyli $Z_{0T} = Z_{\Delta} Z_{0\mu} / (Z_{\Delta} + Z_{0\mu})$.

Autotransformatory i transformatory trójuzwojowe. Transformatory takie mają zwykle uzwojenia połączone Yd, przy czym gwiazda jest uzziemiona. Schemat tworzy się analogicznie jak dla transformatorów dwu-uzwojowych.

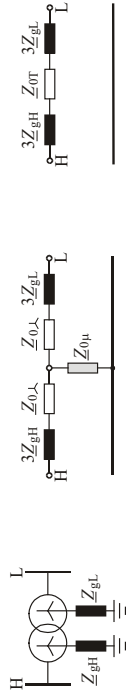
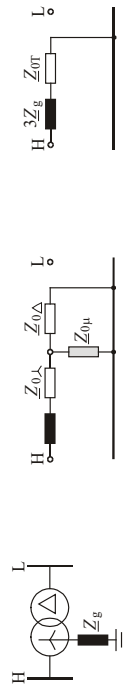


Rys. Schemat dla składowej zerowej (auto)transformatora dużej mocy

Modelowanie impedancji uzziemiających punkty gwiazdowe

We wszystkich dotychczas omówionych przypadkach przyjmowano bezimpedancyjne połączenie punktu gwiazdowego z ziemią. W rzeczywistości połączenie to charakteryzuje pewna rezystancja.

W przypadkach sieci ze skutecznie uzziemionym punktem gwiazdowym impedancję uzziemiającą w obliczeniach gwiazdowych można pominać. Są jednak sieci w których punkt gwiazdowy uzziemia się przez rezystor o dość dużej wartości po to by ograniczyć prąd zwarcia doziemnego. W takim przypadku impedancję należy uwzględnić w schematach dla składowej zerowej.



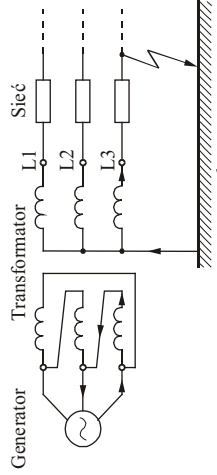
Zadanie

Narysować schemat zastępczy dla składowej zgodnej, przeciwnej i zerowej dla bloku generator - transformator w którym transformator ma uzwojenia połączone dY z gwiazdą uzziemioną (od strony generatora jest uzwojenie połączone w trójkąt a od strony sieci w gwiazdę uzziemioną). Należy skorzystać z wcześniej omówionych schematów generatora oraz powyższych schematów transformatorów.

Transformacja prądów zwarciovych

Jednym z trudniejszych problemów analizy zwarciovych wiążącym się z modelami transformatorów jest wyznaczanie prądów i napięć po stronie transformatora przeciwnej w stosunku do miejsca występowania zwarcia, przy uwzględnieniu różnych grup połączeń uzwojeń.

Rozpatrzmy typowy przypadek zwarcia 1-fazowego po stronie WN bloku generator - transformator.



Rys. Zwarcie jednofazowe w sieci z uzziemionym punktem neutralnym

Po stronie sieci źródłem napięcia trójfazowego są siły elektromotoryczne indukowane w uzwojeniach transformatora. Po wystąpieniu zwarcia jednofazowego siła elektromotoryczna zwartej fazy zasila obwód, w którym prąd zwarciovych wraca do transformatora poprzez przewód uzziemiający.

Zgodnie z zasadą pracy transformatora prąd zwarciovych płynący w uzwojeniu wtórnym (strona sieci) transformuje się do uzwojenia po stronie pierwotnej (strona generatora). Początek tego uzwojenia połączony jest z zaciskiem generatora a jego koniec z początkiem uzwojenia transformatora sąsiedniej fazy (połączenie w trójkąt) oraz z sąsiednim zaciskiem generatora. W rezultacie generator obciążony jest prądem zwarciovym w dwóch fazach. W obu fazach generatora prąd jest jednakowy lecz płynie w przeciwnym kierunku tak samo jak w przypadku dwufazowego zwarcia generatora.

Jednofazowe zwarcie po stronie sieci odczuwane jest więc przez generator tak samo jak zwarcie dwufazowe jego zacisków przez odpowiednią impedancję. Jest to paradoks wynikający z połączeń uzwojeń transformatora lecz omówiona sytuacja jest typowa dla sieci wysokiego napięcia, która pracuje z uzmiemionym punktem neutralnym i na którą w elektroenergetyce pracuje większość generatorów synchronicznych.

Matematyczne uzasadnienie transformacji prądów zwarcia przez transformatory o rozmaitych połączeniach uzwojeń wynika z metody składowych symetrycznych.

Istnieją dwie zasadnicze przyczyny występowania omawianych „paradoksów” dotyczących transformowania się prądów zwarc. Obie wiążą się z transformowaniem składowych symetrycznych:

1. Schemat zastępczy transformatora dla składowej zerowej (zależny od sposobu połączenia uzwojeń, konstrukcji rdzenia a także sposobu pracy punktu neutralnego) może być odmienny od schematu dla składowej zgodnej i przeciwniej.
2. Dla składowej przeciwniej przesunięcie fazowe wynikające z grupy połączeń jest przeciwne niż dla składowej zgodnej.

Oba te fakty powodują, że praktycznie każda składowa (zgodna, przeciwna i zerowa) transformuje się (przechodzi przez transformator) w odmienny sposób. Dla składowej zgodnej (zgodnie z definicją przekładni oraz grupy połączeń) można napisać:

$$\underline{I}_{1L} = \frac{\underline{U}_{1H}}{g} e^{-jN\frac{\pi}{6}} \quad \text{oraz} \quad \underline{I}_{1H} = \underline{I}_{1H} g e^{-jN\frac{\pi}{6}} \quad (6.85a)$$

gdzie \underline{I}_{1L} , \underline{I}_{1H} oraz \underline{I}_{1H} , \underline{I}_{1H} są składowymi zgodnymi prądami odpowiednio po stronie L oraz po stronie H, liczba N określa przesunięcie fazowe napięć w godzinach zegarowych. Na każdą godzinę zegarową w radianach przypada kąt $2\pi/12 = \pi/6$ lub w stopniach kąt $360^\circ/12 = 30^\circ$. Przykładowo dla grupy połączeń Yd11 liczba godzin zegarowych $N=11$ a przesunięcie napięcia wtórnego \underline{U}_L względem napięcia pierwotnego \underline{U}_H wynosi $-11\pi/6 \text{ rad} = -330^\circ$.

Przesunięcie fazowe dla składowej przeciwniej ma znak przeciwny, czyli analogicznie do (6.85a) można napisać:

$$\underline{U}_{2L} = \frac{\underline{U}_{2H}}{g} e^{+jN\frac{\pi}{6}} \quad \text{oraz} \quad \underline{I}_{2L} = \underline{I}_{2H} g e^{+jN\frac{\pi}{6}} \quad (6.85b)$$

gdzie \underline{U}_{2L} , \underline{I}_{2L} oraz \underline{U}_{2H} , \underline{I}_{2H} są składowymi przeciwnymi prądami odpowiednio po stronie L oraz po stronie H.

Przykład

Rozważa się transformator z uzwojeniami połączonymi w trójkąt (strona L) oraz gwiazdę uzmiemioną (strona H) o grupie połączeń Yd11. Jako zakłócenie przyjmuje się zwarcie jednofazowe fazy L1 z ziemią po stronie gwiazdy. Prąd zwarcia oznacza się jako $\underline{I}_{L1H} = \underline{I}$.

Dla takiego zwarcia składowa symetryczna prądu zwarcia spełniają zależność $\underline{I}_{0H} = \underline{I}_{1H} = \underline{I}_{2H} = \underline{I}/3$. Składowa zerowa nie przepływa przez uzwojenie połączone w trójkąt i w rezultacie po stronie L zachodzi: $\underline{I}_{0L} = 0$.

Składowa zgodna transformuje się według wzoru:

$$\underline{I}_{1L} = \underline{I}_{1H} g e^{-j11\frac{\pi}{6}} = \frac{\underline{I}}{3} g e^{-j330^\circ} = \frac{\underline{I}}{3} g e^{-j330^\circ} = \frac{\underline{I}}{3} g e^{-j240^\circ} e^{-j90^\circ} = \frac{\underline{I}}{3} g e^{+j120^\circ} e^{-j90^\circ} = -j a g \frac{\underline{I}}{3}$$

gdzie j , a są operatorami obrotu odpowiednio o 90° oraz 120° .

Składowa przeciwna transformuje się według wzoru:

$$\underline{I}_{2L} = \underline{I}_{2H} g e^{+j11\frac{\pi}{6}} = \frac{\underline{I}}{3} g e^{+j330^\circ} = \frac{\underline{I}}{3} g e^{+j330^\circ} = \frac{\underline{I}}{3} g e^{+j240^\circ} e^{+j90^\circ} = +j a^2 g \frac{\underline{I}}{3}$$

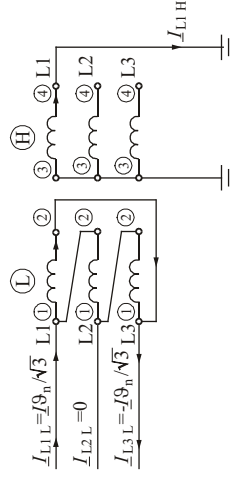
Wielkości fazowe otrzymujemy się na podstawie wzoru:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1L} \\ \underline{I}_{L2L} \\ \underline{I}_{L3L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{0L} \\ \underline{I}_{1L} \\ \underline{I}_{2L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\underline{I}}{\sqrt{3}} \\ -\frac{\underline{I}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{I}}{\sqrt{3}} \\ 0 \\ -\frac{\underline{I}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

Oznacza to, że po stronie L prąd płynie w fazach L1 oraz L3 tak, że kierunki tych prądów są przeciwnie $\underline{I}_{L1L} = -\underline{I}_{L3L} = \underline{I}/\sqrt{3}$. Po stronie H odpowiednio $\underline{I}_{L1H} = \underline{I}$, $\underline{I}_{L2H} = \underline{I}_{L3H} = 0$.

Pojawienie się czynnika $\sqrt{3}$ jest typowe przy przechodzeniu z gwiazdy w trójkąt.

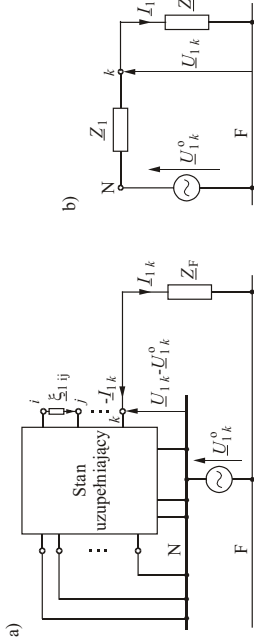
Warto zwrócić uwagę, że przy omawianej grupie połączeń składowa zgodna obracana jest o kąt odpowiadający operatorom $(-ja)$ zaś składowa przeciwna odpowiednio $(+ja^2)$.



Rys. Transformacja prądu zwarcia jednofazowego z ziemią w przypadku transformatora o układzie połączeń Yd11

ZASTOSOWANIE METODY POTENCJAŁÓW WEZŁOWYCH DO OBLICZANIA IMPEDANCJI THEVENINA I ROZPŁYWU PRĄDÓW

Omawiając zwarcie trójfazowe (K3) doszliśmy metodą superpozycji (wcześniejszy wykład) do następujących schematów.



Rys. Schemat sieci uzupełniającej (a) oraz jej schemat zastępczy Thevenina (b).

Dla schematu zastępczego Thevenina (rys.b) mamy następujące wzory:

$$Z_{1k} = \frac{U_{1k}^0}{I_{1k}} \quad \text{oraz} \quad U_{1k} = U_{1k}^0 - Z_{1k} I_{1k}$$

Teraz zastanowimy się jak obliczyć impedancję Thevenina Z_{1k} oraz jak przy zwarciu w węzle k znaleźć prąd w dowolnej gałęzi ij o impedancji Z_{1ij} (rys.a).

Zastosujemy metodę potencjałów węzłowych do fragmentu sieci zaznaczonej na rysunku. Napięcia węzłowe w tej sieci są: $U_{1k} - U_{1k}^0$, $U_{1j} - U_{1j}^0$, $U_{1j} - U_{1j}^0$ itd.

Prąd węzłowy jest różny od zera tylko w węzle k i jest równy $-I_{1k}$. W pozostałych węzłach prądy węzłowe są równe zeru.

Równanie potencjałów węzłowych ma więc postać:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -I_{1k} \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & Y_{1ij} & Y_{1jk} & Y_{1kl} & \dots \\ \dots & Y_{1ji} & Y_{1kj} & Y_{1lk} & \dots \\ \dots & Y_{1ik} & Y_{1kl} & Y_{1li} & \dots \\ \dots & Y_{1ih} & Y_{1hj} & Y_{1jl} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1j} - U_{1j}^0 \\ U_{1j} - U_{1j}^0 \\ U_{1k} - U_{1k}^0 \\ U_{1j} - U_{1j}^0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Uwaga:

W admitancyjnej macierzy węzłowej na diagonali są sumy admitancji gałęzi, a poza diagonalą ujemne wartości admitancji gałęzi. W badanym schemacie źródła są zwarte do węzła odniesienia, co trzeba uwzględnić w macierzy węzłowej.

Po obliczeniu inwersji macierzy admitancyjnej i uzyskaniu impedancyjnej macierzy węzłowej $Z = Y^{-1}$ mamy:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ U_{1j} - U_{1j}^0 \\ U_{1j} - U_{1j}^0 \\ U_{1k} - U_{1k}^0 \\ U_{1j} - U_{1j}^0 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & Z_{1ij} & Z_{1jk} & Z_{1kl} & \dots \\ \dots & Z_{1ji} & Z_{1kj} & Z_{1lk} & \dots \\ \dots & Z_{1ik} & Z_{1kl} & Z_{1li} & \dots \\ \dots & Z_{1ih} & Z_{1hj} & Z_{1jl} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -I_{1k} \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Z równania tego dla k -tego węzła mamy $U_{1k} - U_{1k}^0 = -Z_{1kk} I_{1k}$, czyli:

$$U_{1k} = U_{1k}^0 - Z_{1kk} I_{1k}$$

Porównując to równanie z równaniem dla schematu zastępczego Thevenina otrzymujemy się:

$$Z_{1k} = Z_{1kk}$$

co oznacza, że na diagonali impedancyjnej macierzy węzłowej uzyskanej dla omawianego schematu (zwarte źródła napięcia) leżą impedancje odpowiadające impedancjom Thevenina wszystkich węzłów. Mając macierz $Z = Y^{-1}$ możemy więc obliczać łatwo prądy zwarcia we wszystkich węzłach.

Korzystając z powyższego równania możemy też znaleźć wartości napięć w dowolnych węzłach ij przy zwarciu w dowolnym węzle k :

$$U_{1j} = U_{1j}^0 - Z_{1jk} I_{1k}$$

Znając te napięcia można obliczyć prąd płynący gałęzią ij przy zwarciu w węzle k :

$$I_{1(i-j)} = \frac{U_{1i} - U_{1j}}{Z_{1ij}} = \frac{U_{1i}^0 - U_{1j}^0 - Z_{1ik} - Z_{1jk}}{Z_{1ij}} I_{1k}$$

Pierwszy składnik odpowiada prądowi jaki płynął gałęzią przed wystąpieniem zwarcia. Tak więc można napisać:

$$I_{1(i-j)} = I_{1(i-j)}^0 - \frac{Z_{1ik} - Z_{1jk}}{Z_{1ij}} I_{1k}$$

Należy pamiętać, że Z_{1ij} jest impedancją gałęzi, zaś Z_{1ik} , Z_{1jk} są elementami macierzy impedancyjnej węzłowej dla rozważanego schematu.

Powyższe wzory dotyczą tylko składowej zgodnej i są wystarczające do obliczeń dla zwarcia trójfazowego (K3). Dla zwarć niesymetrycznych musimy utworzyć także impedancyjne macierze zwarcia dla sieci składowej przeciwnej i zerowej.

Z diagonali tych macierzy otrzymujemy impedancje Thevenina dla składowej przeciętej i zerowej. Możemy je użyć (zgodnie ze sposobami łączenia dla poszczególnych rodzajów zwarć) do wyznaczenia składowych symetrycznych prądu zwarcia w miejscu zwarcia. Następnie korzystając z elementów pozadiagonalnych macierzy wyznaczamy składowe symetryczne napięcie w wybranych węzłach i składowe symetryczne prądy w gałęziach.

Przy obliczaniu składowych symetrycznych napięć należy pamiętać, że $U_{2k}^0 = 0$, $U_{0k}^0 = 0$ oraz $U_{2i}^0 = 0$, $U_{0i}^0 = 0$ itd.

Szczegóły dotyczące obliczeń macierzowych można znaleźć w książce.

Gdy pamięci komputerów były małe do obliczania impedancyjnej macierzy węzłowej stosowano metodę dołączania gałęzi polegającą na generowaniu macierzy \underline{Z} począwszy od jednej gałęzi poprzecznej (źródło). Metoda wraz z wzorami jest opisana w książce.

ZWARCIA DOZIEMNE W SIECIACH SN

Jak było powiedziane sieci WN pracują ze skutecznym uziemnionym punktem neutralnym. Prądy zwarć doziemnych są tam duże i porównywalne z prądami zwarć wielofazowych.

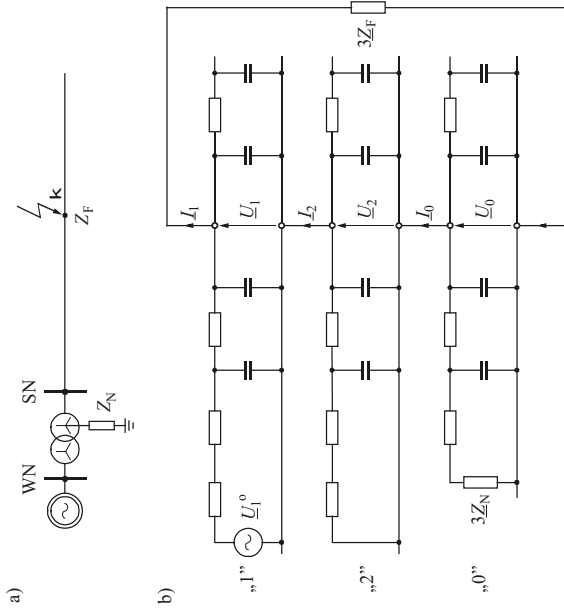
Sieci rozdzielcze SN nie pracują z punktem neutralnym uzienionym bezpośrednio. W tym przypadku rozróżniamy sieci:

- a) z izolowanym punktem neutralnym,
- b) z punktem neutralnym uzienionym za pomocą dławika kompensacyjnego,
- c) z punktem neutralnym uzienionym za pomocą dławika kompensacyjnego.

W takich sieciach wartości prądów zwarć doziemnych, a także towarzyszące im zjawiska elektromagnetyczne, zależą w sposób istotny od sposobu pracy punktu neutralnego.

Impedancje w obwodzie składowej zerowej są duże lub nieskończenie duże (przerwy) i dlatego znaczącą rolę odgrywają pojemności poprzeczne, których tu nie można pominąć.

Dla uogólnienia rozważań najpierw zostanie omówiony przypadek gdy punkt neutralny jest uzieniony przez dowolną impedancję \underline{Z}_N .



Rys. Zwarcie jednofazowe w sieci z punktem neutralnym uzienionym przez impedancję a) schemat rozważanego fragmentu systemu; b) schemat sieci składowych symetrycznych

W obwodzie występuje $3\underline{Z}_F$ (prawa strona rysunku) oraz $3\underline{Z}_N$ (lewa strona rysunku). Sprawę $3\underline{Z}_F$ wyjaśniono przy omawianiu sposobu połączenia schematów dla składowych. Sprawę $3\underline{Z}_N$ wyjaśniono omawiając modele transformatorów. Zwróćmy tu jednak uwagę na fakt, że jeśli po stronie SN pojawia się zwarcie doziemne, to przez tę impedancję \underline{Z}_N płynie suma prądów w trzech fazach równa i przeciwna prądu nie płyną przez impedancję \underline{Z}_N . $3\underline{I}_0 = \underline{I}_{L1} + \underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3}$. Składowe zgodna i przeciwna prądu nie płyną przez impedancję \underline{Z}_N . Oznacza to, że dla odzworowania impedancji uzieniającej do obwodu składowej zerowej do impedancji zerowej transformatora musi się dołączyć dodatkową impedancję. Wartość tej dodatkowej impedancji wynika z faktu, że w układzie trójfazowym na impedancji uzieniającej \underline{Z}_N powstaje strata napięcia

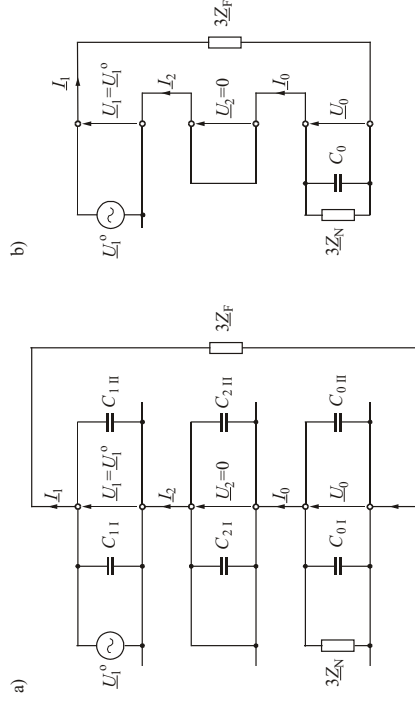
$$\underline{U}_N = -(\underline{I}_{L1} + \underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3})\underline{Z}_N = -(3\underline{I}_0)\underline{Z}_N = -\underline{I}_0(3\underline{Z}_N) \quad (5.1)$$

odpowiadająca napięciu punktu gwiazdowego względem ziemi. By napięcie to odzworować w schemacie zastępczym (w którym płynie tylko \underline{I}_0) do impedancji zerowej transformatora trzeba dodać impedancję $3\underline{Z}_N$.

W praktyce obliczenia dla omawianego schematu można bardzo uprościć o ile spełnione są następujące założenia:

- Impedancje gałęzi wzdłużnych linii i transformatora oraz impedancja zastępcza systemu są dużo mniejsze od impedancji gałęzi poprzecznych.
- Impedancja \underline{Z}_N uzieniająca punkt neutralny jest duża w porównaniu do impedancji gałęzi wzdłużnych linii i transformatora oraz impedancji zastępczej systemu.

Przy spełnieniu tych założeń rozważany schemat można uprościć do postaci jak na poniższym rysunku. Wszystkie gałęzie wzdłużne zastąpiono tu bezpośrednimi połączeniami węzłów a równoległe gałęzie poprzeczne (pojemności) połączone ze sobą.



Rys. Uproszczone schematy dla składowych symetrycznych w przypadku zwarcia jednofazowego w sieci z punktem neutralnym uzienionym przez impedancję: (a) pominięcie impedancji gałęzi wzdłużnych, (b) połączenie równoległych pojemności

W tym uproszczonym obwodzie występuje tylko impedancja zwarcia oraz impedancja dla składowej zerowej:

$$\underline{Z}_0 = \frac{\underline{Z}_C 3\underline{Z}_N}{\underline{Z}_C + 3\underline{Z}_N} = \frac{1}{\frac{j\omega C_0 3\underline{Z}_N}{\underline{Z}_C + 3\underline{Z}_N} + j\omega C_0} = \frac{3\underline{Z}_N}{1 + j\omega C_0 3\underline{Z}_N} \quad (5.2)$$

Składowe symetryczne prądu i napięcie w obwodzie z powyższego rys.b wyrażone są następującymi wzorami:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_1^0}{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \quad (5.3)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_1^0 \quad (5.5)$$

$$\underline{U}_2 = 0 \quad (5.6)$$

$$\underline{U}_0 = -\underline{Z}_0 \underline{I}_0 = -\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \underline{U}_1^0 \quad (5.4)$$

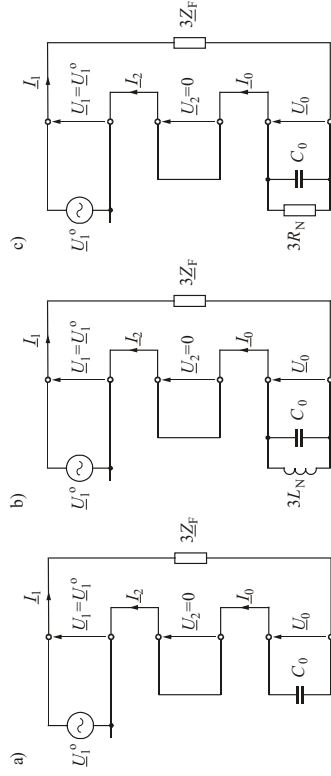
Powyższe wartości składowych symetrycznych prądów i napięć (wzory (5.3)-(5.6)) dotyczą miejsca zwarcia.

Korzystając ze schematu wyjściowego można określić jak składowe prądu zwarcia rozplývają się w równoległych pojemnościach C_{1I} , C_2 , C_{0I} oraz C_{1II} , $C_2 II$, C_{0II} czyli jak rozplývają się w sieci od strony I oraz II.

Z punktu widzenia sieci elektroenergetycznych istotne są trzy szczególne przypadki odpowiednio dla:

- (a) $\underline{Z}_N = \infty$ sieć z izolowanym punktem neutralnym,
- (b) $\underline{Z}_N = j\omega L_N$ sieć z punktem neutralnym uziemionym przez dławik kompensacyjny,
- (c) $\underline{Z}_N = R_N$ sieć z punktem neutralnym uziemionym przez rezystor.

Uproszczone schemat w tych szczególnych przypadkach pokazano na rysunku niżej.



Rys. Uproszczone schematy przy zwarciu jednofazowym w sieci:
(a) z izolowanym punktem neutralnym, (b) z punktem neutralnym uziemionym przez dławik kompensacyjny, (c) z punktem neutralnym uziemionym przez rezystor

Sieci z izolowanym punktem neutralnym $\underline{Z}_N = \infty$

Składowa zerowa prądu zwarcia zamyka się tylko przez pojemności sieci, zaś składowe zgodna i przeciwna zamykają się dodatkowo przez impedancję transformatora i systemu.

Powyższe wzory sprowadzają się do następującej postaci:

$$\underline{Z}_0 = 1/j\omega C_0$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = \frac{j\omega C_0 \underline{U}_1^0}{1 + j\omega C_0 3\underline{Z}_F} \quad (5.7)$$

$$\underline{U}_0 = -\frac{1}{j\omega C_0} \underline{I}_0 = -\frac{1}{1 + j\omega C_0 3\underline{Z}_F} \underline{U}_1^0 \quad (5.8)$$

Powyższe wzory te upraszczają się w przypadku zwarcia metalicznego, gdy $\underline{Z}_F = 0$.

Wtedy w obwodzie składowych symetrycznych występuje jedynie pojemność zerowa sieci i składowe symetryczne prądu i napięcia dane są wzorami:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = j\omega C_0 \underline{U}_1^0 \quad (5.9)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_1^0$$

$$\underline{U}_2 = 0$$

$$\underline{U}_0 = -\underline{U}_1^0 \quad (5.10)$$

Stąd na podstawie wzorów (4.3) i (4.4) otrzymuje się następujące wartości we współrzędnych fazowych:

$$\underline{I}_{L1} = 3\underline{I}_0 = j\underline{U}_1^0 3\omega C_0 \quad (5.11)$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 0 \quad (5.12)$$

$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_0 + a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 = \underline{U}_1^0 (a^2 - a - 1) \quad (5.13)$$

$$\underline{U}_{L3} = \underline{U}_0 + a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 = \underline{U}_1^0 (a - 1) \quad (5.14)$$

Zwykle przyjmuje się, że przed wystąpieniem zwarcia fazy napięcia fazy A na płaszczyźnie liczb zespolonych ma położenie pionowe, czyli $\underline{U}_1^0 = +jE$.

Konsekwencją tego założenia jest, że (zgodnie z wzorem (5.11)) prąd zwarcia przyjmuje wartość rzeczywistą:

$$\underline{I}_{L1} = -3\omega C_0 E \quad (5.15)$$

Fazor prądu zwarcia na płaszczyźnie liczb zespolonych ma wtedy położenie poziome i ujemny zwrot (wyprowadza napięcie o 90°).

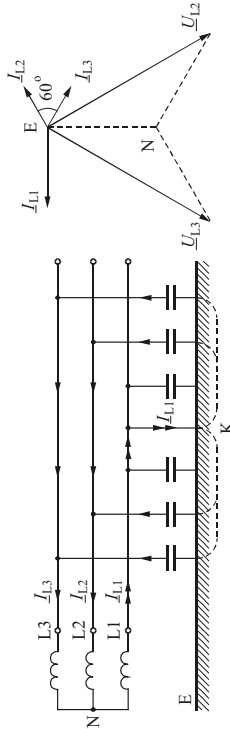
Napięcia faz zdrowych można obliczyć z (5.13) (5.14) podstawiając odpowiednie wartości za $a = -1/2 + j\sqrt{3}/2$ oraz $a^2 = -1/2 - j\sqrt{3}/2$. Czyli:

$$\underline{U}_{L2} = \underline{U}_1^0 (a^2 - a - 1) = E \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{3}{2} \right) = \sqrt{3} E e^{-j60^\circ} \quad (5.16)$$

$$\underline{U}_{L3} = \underline{U}_1^0 (a - 1) = E \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{3}{2} \right) = \sqrt{3} E e^{-j120^\circ} \quad (5.17)$$

Polozenie fazorow prądu I_{L1} oraz napięć U_{L2} , U_{L3} jest takie jak na poniższym rysunku.

Prądy I_{L2} , I_{L3} których fazory także pokazano na tym rysunku dotyczą prądu zwarcioowego w linii i nie występują w powyższych wzorach. Prąd I_{L1} jest prądem zwarcia w miejscu zwarcia, gdzie prądy faz $L2, L3$ są równe zero (zwarcie jednofazowe).

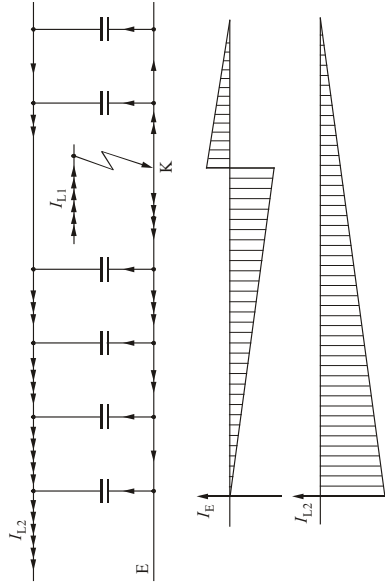


Rys. Zwarcie jednofazowe (doziemne) w przypadku izolowanego punktu neutralnego

Należy pamiętać, że w sieci z izolowanym punktem neutralnym prąd zwarcia doziemnego (jednofazowego) ma charakter pojemnościowy. Jego wartość w miejscu zwarcia zależy od łącznej pojemności sieci i wskutek tego nie zależy od miejsca zwarcia. Napięcia faz zdrowych przyjmują wartości napięć międzyfazowych $\sqrt{3} E$ i są przesunięte względem siebie o 60° .

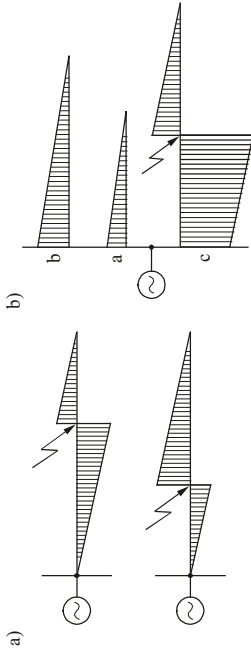
Jak pokazano na powyższym rysunku, prąd zwarcia dopływa do miejsca zwarcia fazą zwartą i wraca fazami zdrowymi poprzez pojemności doziemne tych faz.

Pojemności doziemne są rozłożone wzdłuż długości linii i gdyby "zmierzyć" prąd w ziemi w każdym miejscu wzdłuż linii byłby inny - największy przy miejscu zwarcia i najmniejszy w pobliżu źródła. W fazie zdrowej natomiast prąd zwiększa się wzdłuż długości linii i jest największy przy źródle. Ilustruje to rysunek.



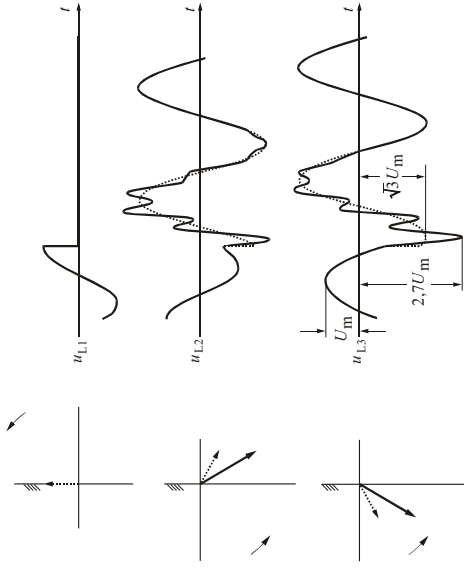
Rys. Rozpływ prądu ziemnozwarciowego I_E oraz fazy zdrowej I_{L2}

Jeżeli z danego transformatora zasilanych jest więcej linii to w miejscu zwarcia prąd odpowiada łącznym pojemnościom wszystkich linii. Następnie prąd ten rozplýwa się wzdłuż linii tak że na ich końcach osiąga wartości równe zero. Największa wartość prądu jest w miejscu zwarcia, a na końcach linii równa się zero. W pobliżu szyn stacji suma prądów w ziemi pod liniami zdrowymi musi być równa prądowi pod linią zwartą. Na omawianym rysunku niżej oznacza to, że odpowiednie odcinki muszą spełniać warunek $c = a + b$.



Rys. Wartości prądu w ziemi wzdłuż linii (a) w sieci z jedną linią w dwu przypadkach lokalizacji zwarcia, (b) w sieci z trzema liniami

Powstawaniu zwarcia towarzyszy stan nieustalony o częstotliwości rzędu kilkuset Hz. Wynika on z faktu, że pojemności fazy doziemnej muszą się rozładować, a pojemności faz zdrowych doładować. Doładowanie pojemności faz zdrowych wynika z faktu, że napięcia tych faz zwiększają się $\sqrt{3}$ razy i tym samym energia zawarta w pojemnościach $CU^2/2$ musi się zwiększyć. Źródłem tej energii jest transformator. Indukcyjności transformatora i pojemności linii powodują, że proces jest oscylacyjny. Ilustruje to poniższy rysunek.



Rys. Przebiegi napięć przy zwarciu K1 w sieci z izolowanym punktem neutralnym

Po lewej stronie rysunku liniami przerywanymi zaznaczono fazy napięć faz zdrowych. Są one rozchylone o 120° . W momencie zwarcia (jak wykazano wyżej) fazy te przesuwają się o 30° każdy tak, że między nimi jest kąt 60° .

Po prawej stronie rysunku linią przerywaną pokazano przebieg napięcia bez stanu nieustalonego towarzyszącego oscylacyjnemu doładowywaniu się pojemności. Linią ciągłą pokazano przebieg z uwzględnieniem stanu nieustalonego. W jednej z faz dochodzi do przepięcia o 2,7-krotnej wartości napięcia fazowego.

W praktyce zwarcia w sieciach mają charakter łukowy. Łuk zapala się i gasnie, co nazywa się łukiem uporzeczym. W trakcie zwarć łukowych przepięcia chwilowe mogą być nawet 3,5-krotnej wartości napięcia fazowego.

Krótkie filmy łuków zwarciowych podano na stronie www.ien.pw.edu.pl (patrz w stronie domową Zakładu Automatyki Elektroenergetycznej).

Sieci z punktem neutralnym uziemionym przez dławik kompensacyjny $Z_N = j\omega L_N$

Dla skompensowania pojemnościowego prądu zwarcia w miejscu zwarcia stosuje się dławik Petersena lub transformatory Baucha lub Reithoffera.

Dla prostej wzorów pomijamy tu rezystancję dławika uziemiającego przyjmując $Z_N = j\omega L_N$. Dla tak uproszczonego obwodu prądu zwarcia można obliczyć z następującego wzoru

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_1^0}{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \quad (5.18)$$

w którym impedancja \underline{Z}_0 wyrażona wzorem (5.2) przyjmuje teraz postać

$$\underline{Z}_0 = \frac{j\omega 3L_N}{1 - \omega^2 C_0 3L_N} \quad (5.19)$$

gdź odpowiada równolegle połączonym reaktancjom pojemności sieci C_0 oraz potrójnej indukcji dławika $3L_N$.

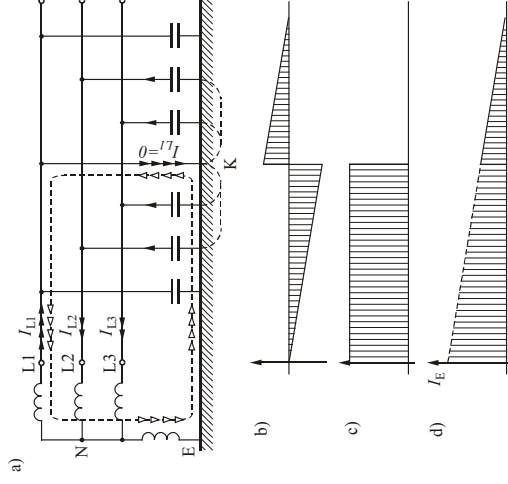
W równoległe połączonych gałęziach C_0 oraz $3L_N$ zachodzi $\underline{Z}_0 = \infty$ i dla prądu płynącego z zewnątrz obie gałęzie stanowią przerwę. Z wzoru (5.19) wynika, że zachodzi to dla:

$$\omega^2 C_0 3L_N = 1 \quad \text{lub} \quad L_N = \frac{1}{3\omega^2 C_0} \quad (5.20)$$

Przy tak dobranej indukcji dławika kompensacyjnego $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = 0$ oraz $\underline{I}_{L1} = \underline{I}_{L2} = \underline{I}_{L3} = 0$, czyli w miejscu zwarcia prąd jest równy zero.

Mówi się wtedy, że dławik uziemiający punkt neutralny sieci kompensuje prąd zwarcia do zera.

Zerowanie prądu dotyczy tylko miejsca zwarcia. Trzeba jednak pamiętać, że zarówno przez pojemności sieci jak i dławik kompensacyjny płyną prądy różne od zera (rys.5.3b). Ich suma jest równa zero.



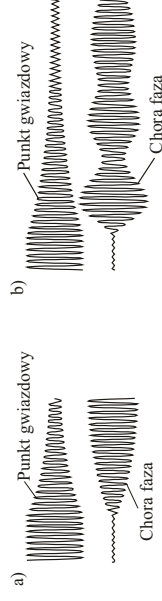
Rys. Zwarcie jednofazowe (doziemne) w przypadku punktu neutralnego uziemionego za pomocą dławika (a) schemat i rozptyły prądu, (b) prąd w ziemi pochodzący od pojemności faz zdrowych, (c) prąd wymuszony przez dławik, (d) wypadkowy prąd w ziemi

Wypadkowy prąd w obwodzie jest równy zero ($\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = 0$) oraz $\underline{I}_{L2} = 0$ i stąd całe napięcie źródła $\underline{U}_1 = \underline{U}_1^0$ przenosi się na impedancję zerową. Stąd dla $\underline{Z}_0 = \infty$ z wzoru (5.4) niezależnie od \underline{Z}_F otrzymuje się:

$$\underline{U}_0 = -\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \underline{U}_1^0 = -\frac{1}{1 + \frac{3\underline{Z}_F}{\underline{Z}_0}} \underline{U}_1^0 = -\underline{U}_1^0 \quad (5.21)$$

Składowe symetryczne napięć w miejscu zwarcia są więc identyczne jak w przypadku z izolowanym punktem neutralnym i zwarcie metalicznym (wzór (5.10)). Napięcie fazy zwartej jest równe zero, a napięcia faz zdrowych (wzory (5.16)(5.17)) odpowiadają napięciom międzyfazowym.

Przebieg napięć w układzie trójfazowym przy gaszeniu łuku pokazano na rysunku.



Rys. Przebiegi napięcia w sieci z punktem neutralnym uziemionym za pomocą dławika kompensacyjnego przy zwarcie przemieszczającym (a) przy kompensacji dokładnej, (b) przy kompensacji niedokładnej

W wyniku działania kompensacji amplituda napięcia fazy zwartej zwiększa się od zera do U_m . Amplituda napięć faz zdrowych zmniejsza się od $\sqrt{3}U_m$ do U_m . Zmiany te są dość wolne i zwykle następują po czasie rzędu dziesiątych części sekundy, czyli kilku do kilkunastu okresów częstotliwości sieciowej. Przy tak powolnym wzroście napięcia fazy zwartej praktycznie nie ma możliwości ponownego zapalenia się łuku, gdyż wtedy wzrost wytrzymałości elektrycznej przerwy polikowej następujący w wyniku dejonizacji jest znacznie szybszy.

Między fazą zwartą a punktem gwiazdowym transformatora jest napięcie fazowe transformatora i wraz ze zwiększaniem się amplitudy napięcia fazy zwartej maleje amplituda napięcia punktu gwiazdowego. Jeżeli kompensacja nie jest dokładna (dostrojenie indukcyjności do pojemności nie jest dokładne) w napięciu fazy zwartej pojawiają się dudnienia.

Opisany mechanizm powrotu napięć fazowych do stanu jak przed zwarcieniem jest oczywiście słuszny przy założeniu, że zwarcie było przemijające (po zgaszeniu łuku ustąpiło). Gdy zwarcie jest trwałe (metaliczne) nie ma powrotu napięć, gdyż napięcie fazy zwartej względem ziemi ma wartość zero a napięcia faz zdrowych mają wartości napięć międzyfazowych.

Do zalet kompensacji zalicza się fakt, że dzięki szybkiemu gaszeniu łuku znacznie rzadziej dochodzi do rozwoju zwarcia jednofazowego w zwarcia wielofazowe w wyniku przerwania łuku na fazy sąsiednie. Mniej są też napięcia krokowe i dotykowe, czyli większe jest bezpieczeństwo ludzi i zwierząt.

Dzięki tym zaletom sieci z punktem neutralnym uziomionym przez dławik kompensacyjny (z elektrycznego punktu widzenia) mogą pracować nawet w sposób długotrwały (na przykład do czasu znalezienia zwarcia przez obsługę). W praktyce dotyczy to tylko sieci ze słupami drewnianymi. W przypadku najczęściej stosowanych słupów żelbetonowych nie można dopuścić do długotrwałej pracy z uziemieniem fazy przez zwarcie, gdyż nawet bardzo małe prądy płynące długo przez stalowe zbrojenia słupów powodują ich zniszczenie w wyniku kumulowania się ciepła na styku stali i betonu. Słupy z uszkodzonymi zbrojeniami przewracają po wystąpieniu silnych wiatrów powodując zwarcia wielofazowe i zerwania linii.

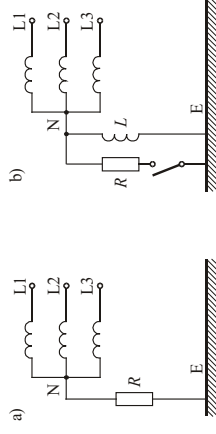
W praktyce trudno zrealizować kompensację dokładną i w miejscu zwarcia pozostaje prąd różny od zera. Prąd ten nazywany jest *prądem resztkowym*.

Jest kilka przyczyn występowania prądu resztkowego. Przede wszystkim indukcyjność dławika dostrojona jest do rezonansu z pojemnościami linii tylko dla częstotliwości sieciowej. Gdy napięcie sieci jest zdeformowane i zawiera harmoniczne spowodowane odbiorami nieliniowymi to w prądzie zwarcia występują harmoniczne, dla których nie ma już dostrojenia i dla których kompensacja nie zachodzi. Przyczyną powstawania harmonicznych w prądzie zwarcia może być nieliniowa zależność indukcyjności dławika od prądu. Zależność tę ogranicza się stosując dla dławików rdzenie magnetyczne ze szczeliną powietrzną. Inną bardzo istotną przyczyną powstawania prądu resztkowego są upływności linii. Ta składowa prądu resztkowego ma charakter czynny i nie daje się skompensować za pomocą indukcyjności. Prąd upływności jest tym większy im większa jest rozległość (długość) sieci.

Ogólnie można powiedzieć, że kompensacja ziemnozwarciowa jest skuteczna dla niezbyt rozległych sieci.

Sieci z punktem neutralnym uziomionym przez rezystor $Z_N = R_N$

Sieci SN, w których występują trudności z efektywnym zastosowaniem kompensacji prądu ziemnozwarciowego mogą pracować z punktem neutralnym uziomionym przez rezystor (rys.2.37a) lub dławik i rezystor (rys.2.37b).



Rys. Uziemienie punktu gwiazdowego transformatora za pomocą:
a) rezystora oraz b) dławika i rezystora.

Uziemienie punktu neutralnego sieci średnich napięć przez rezystor jest pośrednim rozwiązaniem między siecią z izolowanym punktem neutralnym a bezpośrednim uziemieniem punktu neutralnego.

Zasadniczym celem jaki przyswiecea tej metodzie jest zwiększenie prądu zwarcia do wartości ułatwiającej czułe działanie prostych zabezpieczeń oraz zmniejszenie przepięć ziemnozwarciowych. Spełnione muszą być jednak wymogi ochrony od porażenia. Wpływ wartości rezystancji na te czynniki jest następujący.

W przypadku uziemienia przez rezystor prąd zwarcia ma dwie porównywalne składowe. Składową bierną płynącą pojemnościami sieci jak w przypadku sieci z izolowanym punktem neutralnym oraz składową czynną płynącą przez rezystor i fazę zwartą (podobnie jak prąd dławika w sieci kompensowanej). Im mniejsza wartość rezystancji tym większa składowa czynna prądu zwarcia i tym większy prąd zwarcia. Przy dużych prądach zwarcia łatwiejsze i czulsze jest działanie zabezpieczeń.

W miejscu zwarcia prąd czynny i bierny dodają się tak, że prąd w miejscu zwarcia jest przesunięty względem napięcia fazy o kilkadziesiąt stopni i nie przechodzi przez zero gdy napięcie przechodzi przez maksimum. To utrudnia ponowne zapłony łuku w przypadku zwarcia łukowych i tym samym ogranicza przepięcia towarzyszące ponownym zapłonom.

W stanie zwarcia ustalonego napięcia faz zdrowych względem ziemi nie zwiększają się do wartości międzyfazowych. Napięcia faz zdrowych zależą od wartości rezystancji rezystora uziemiającego przy czym im mniejsza wartość rezystancji tym mniejsze wartości napięć faz zdrowych. To powoduje, że w momencie zwarcia skok napięcia wymuszanego przez źródło (linia przerywana na rys.b) jest mniejszy. Mniejsza jest więc amplituda oscylacji ΔU towarzyszących dławikowi waniu się pojemności faz zdrowych i tym samym mniejsze są przepięcia towarzyszące powstawaniu zwarcia.

Mniejsze wartości rezystancji uziemiającej oznaczają jednak większe wartości prądów zwarcia, a te większe zagrożenie porażeniami na elementach urządzeń normalnie nie będących pod napięciem oraz w ziemi w pobliżu miejsca zwarcia.

Dobór rezystancji rezystora uziemiającego jest kompromisem między czułym działaniem zabezpieczeń i mniejszymi przepięciami a zagrożeniem porażeniowym.

W oparciu o liczne prace studialne i doświadczenia „Energoprojekt” w Poznaniu zaleca by w sieciach kablowych SN z punktem neutralnym uziemionym przez rezystor prąd zwarcia nie przekraczał 500A, zaś w sieciach napowietrznych 120A. Przy tych wartościach sieci SN zaliczane są jeszcze do sieci o małym prądzie zwarcia doziemnego a przy odpowiednio małych rezystancjach uziońmów ochronnych stacji i słupów spełnione są niezbędne wymogi ochrony przeciwporażeniowej.

Zapewnienie odpowiednio małych rezystancji uziońmów ochronnych jest warunkiem trudnym pod względem technicznym i ekonomicznym (zwłaszcza dla sieci napowietrznych). Z tego powodu stosuje się też rozwiązania pośrednie.

Jednym z nich jest uziemianie punktu neutralnego przez dławik z możliwością równoległego załączenia rezystora. W stanie normalnym sieć pracuje jako sieć kompensowana (z punktem neutralnym uziemionym za pomocą dławika). Po stwierdzeniu zwarcia (na podstawie pomiaru napięć) odpowiedni układ automatycznie załącza (na kilka sekund) rezystor powodujący wymuszenie składowej czynnej prądu zwarcia (nie przekraczająca 120A), co stwarza dogodne warunki pracy zabezpieczeń ziemnozwarciowych.

Nazywane jest to *automatyczną wymuszenia składowej czynnej* o oznaczenie jest w skrócie AWSC. Rezystor może być dostosowany do pracy przy SN i wtedy podłączany jest jak na rys.b lub może być rezystorem niskiego napięcia i wtedy podłączany jest za pomocą dodatkowego transformatora.

Przy spełnieniu założenia, że rezystancja R_N uziemniająca punkt neutralny jest duża w porównaniu do impedancji wzdłużnych linii i transformatora oraz impedancji zastępczej systemu orientacyjne obliczenia w tym przypadku można wykonać korzystając ze schematu pokazanego na rys.5.3c. Dla tak uproszczonego obwodu składowe prądu zwarcia są następujące:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = \frac{U_1^0}{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_F} \quad (5.22)$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{3R_N}{1 + j\omega C_0 3R_N} \quad (5.23)$$

Impedancja ta odpowiada równoległemu połączeniu C_0 oraz $3R_N$. Prądy wyrażone wzorem (5.22) zawierają dwie składowe: (a) składową czynną wymuszaną przez rezystancję uziemniająca oraz (b) składową bierną wynikającą z pojemności sieci. Dla $\underline{Z}_F = 0$ otrzymuje się (rys.5.3c):

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = \frac{U_1^0}{\underline{Z}_0} = \left(\frac{1}{3R_N} + j\omega C_0 \right) U_1^0 \quad (5.24)$$

W praktyce wartość rezystancji uziemniającej R_N jest taka, że obie składowe (czynna i bierna) są porównywalne.

Przy przyjętych uproszczeniach (rys.5.3c) składowe symetryczne napięcie są wyrażone wzorami (5.4)-(5.6) a dla zwarcia metalicznego $\underline{Z}_F = 0$ przyjmują wartości wyrażone wzorami (5.10).

Napięcia fazowe są więc takie same jak dla sieci z izolowanym punktem neutralnym. Jest oczywiście słuszne tylko dla uproszczonego schematu z rys.5.3c, który można stosować w przybliżonych obliczeniach, gdy rezystancja R_N jest duża a prąd zwarcia mały na tyle, że straty napięć na impedancjach wzdłużnych (rys.5.1b) są do pominięcia. W rzeczywistych

systemach już dla typowych wartości R_N prądy zwarć są na tyle duże (rozdz.2.6), że w wartościach napięć faz zdrowych istotną rolę odgrywają starty napięcia na impedancjach własnych.

Ogólnie dla napięcia faz zdrowych względem ziemi nie zwiększają się aż do wartości międzyfazowych i przyjmują wartość pośrednie od napięć fazowych do międzyfazowych. Wartości tych napięć zależą od wartości rezystancji rezystora uziemniającego, przy czym im mniejsza wartość rezystancji tym mniejsze wartości napięć faz zdrowych.

Powyższe wzory (5.22)-(5.24) można stosować dla oszacowania wartości prądu zwarcia. Dla dokładniejszego obliczenia tych prądów oraz napięć faz zdrowych należy skorzystać ze schematu z rys.5.1b przy $\underline{Z}_N = R_N$. Obliczenia te mogą uwzględnić nie tylko gałęzie wzdłużne sieci, ale także konduktancje odpowiadające upływom do sieci.

NORMA ZWARCIOWA

Normy zwarciove regulują sposób przeprowadzania obliczeń oraz wszelkiego rodzaju uproszczenia występujące w poprzednich wykładach a także podają recepty jak korzystać z wartości początkowego prądu zwarcia w celu obliczenia innych wielkości zwarcioowych.

W Polsce aktualnie obowiązuje norma IEC 60909 międzynarodowego komitetu normalizacyjnego w zakresie elektrotechniki IEC. Norma składa się z kilku bardzo obszernych dokumentów. Poprzednio obowiązywała norma PN-52/E-05002, która nie była jednak aktualizowana od 1974r. Skrócony opis tej starej normy można znaleźć w poprzedniej naszej książce. W książce zalecaniej do wykładu jest opisana aktualnie obowiązująca norma IEC.

Poniżej przedstawiono niektóre zagadnienia omawiane w wersji IEC 60909/0.

Na podstawie normy IEC 60909 mogą być wyznaczone prądy zwarcia w sieciach wysokiego i niskiego napięcia. Dokładność obliczeń gwarantuje możliwość ich wykorzystania w praktyce inżynierskiej. Norma nie wyklucza stosowania innych metod obliczeniowych, o ile uzyskane dzięki nim wyniki będą wiarygodne z błędem nie większym niż wprowadzony przez metodę w niej opisaną.

Podstawowe wielkości i stosowane dla nich symbole przedstawione w tabeli.

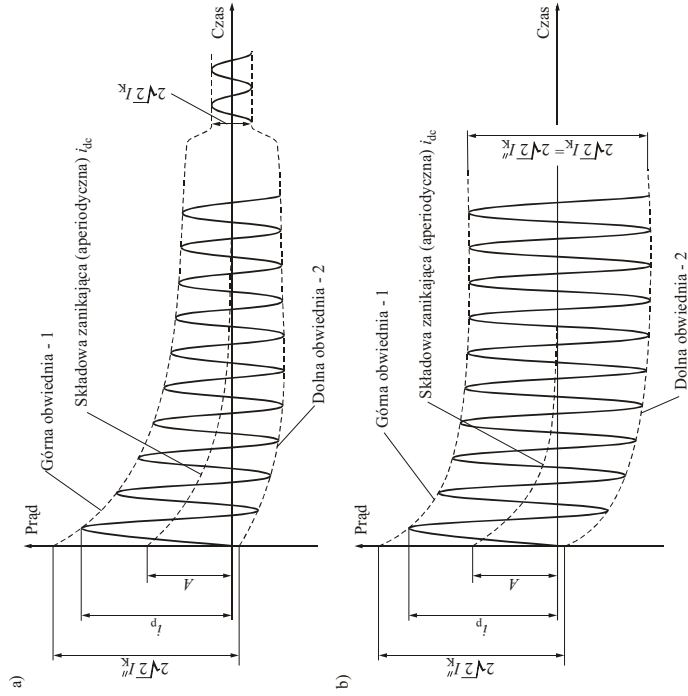
Tablica 1. Zestawienie najważniejszych wielkości zwarcioowych używanych w IEC 60909

Wielkość zwarcioowa	Oznaczenie wg IEC 60909
Prąd początkowy	I''_k
Prąd udarowy	I_p
Prąd wyłączeniowy symetryczny	I_b
Współczynnik zanikania składowej okresowej	μ
Prąd nieokresowy	I_{de}
Ciepłny prąd zastępczy	I_{th}
Prąd wyłączeniowy niesymetryczny	$I_{b, asym}$
Moc zwarcioowa obliczeniowa	S''_k
Czas trwania zwarcia	T_k

Charakterystyczne wielkości zwarciowe były już omawiane w wykładzie poświęconym przebiegom prądów zwarciowych (należy wrócić do tego opisu). Definicje niektórych wielkości zwarciowych pokazano na rys.7.1. W przypadku (a) zwarcie ma miejsce w pobliżu generatora (widoczne zanikanie składowej okresowej), w przypadku (b) jest to zwarcie odległe (zanikanie składowej okresowej nie występuje).

W normie podkreśla się, że rozpatrywane zwarcia mają charakter modelowy – traktuje się je jako całkowicie bezimpedancyjne (pomija się rezystancję łuku elektrycznego w miejscu zwarcia), zwarcia wielofazowe traktowane są jako jednocześnie (nie jest to zgodne z rzeczywistością).

Wielkością na której oparte są wszystkie obliczenia jest początkowy prąd zwarciowy I_K'' nazywany w skrócie prądem początkowym. Jego definicję podano na początku wykładów przy omawianiu przebiegów prądów zwarciowych oraz powtórzono na rys.7.1.



Rys. 7.1. Przebiegi wielkości zwarciowych wraz z oznaczeniami wprowadzonymi w normie IEC 60909; a) zwarcie w pobliżu generatora, b) zwarcie odległe od generatora, oznaczenia: I_K'' – prąd zwarciowy początkowy, I_p – prąd udarowy, I_K – ustalony prąd zwarciowy, i_{dc} – składowa nieokresowa zanikająca prądu zwarciowego, A – wartość początkowa składowej nieokresowej, 1 – obwódka górna, 2 – obwódka dolna

We wszystkich poprzednich wzorach na początkowy prąd zwarcia i prądy zwarciowe w liczniku wzorów występowało napięcie U^0 odpowiadające (zgodnie z twierdzeniem Thevenina) napięciu w węzle zwarcia w stanie przed wystąpieniem zwarcia. Norma określa to napięcie za pomocą napięcia znamionowego sieci oraz współczynnika: $U^0 = c \cdot U_n$, gdzie współczynnik zaleca się dobrać zgodnie z danymi w tabl. 2.

Tablica 2. Dobór współczynnika c zastępczego źródła napięciowego

U_n	Współczynnik napięciowy c do obliczenia	
	maksymalnego prądu zwarcia	minimalnego prądu zwarcia
Niskie napięcie (100 ÷ 1000 V)	1,00	0,95
a) 230/400 V		
b) inne napięcia	1,05	1,00
Średnie napięcie (1 ÷ 35 kV)	1,10	1,00
Wysokie napięcie > 35 kV	1,10	1,00

Przy takim napięciu wzór służący do obliczeń symetrycznego, początkowego prądu zwarcia trójfazowego ma postać

$$I_K'' = \frac{cU_n}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{R_K^2 + X_K^2}} = \frac{cU_n}{\sqrt{3}Z_K} \quad (7.1)$$

w którym: $cU_n/\sqrt{3}$ – napięcie źródła zastępczego; Z_K – zastępcza impedancja zwarciowa (domyślnie dla sieci składowej symetrycznej zgodnej). Stałą c doбира się w zależności od napięcia znamionowego sieci, w której rozważa się zwarcie oraz od tego czy chodzi o maksymalny czy minimalny prąd zwarcia.

W celu wyznaczenia maksymalnych wartości prądów zwarcia (oprócz różnic w doborze stałej c) obliczenia powinno się prowadzić dla konfiguracji systemu innych niż obliczenia prowadzone w celu wyznaczenia wartości minimalnych. Norma IEC 60909 zaleca również aby rezystancje odcinków linii w pierwszym przypadku były wyznaczone dla temperatury 20°C, a w drugim dla temperatury osiągniętej pod koniec stanu zwarcia (chodzi o większą wartość tej rezystancji, a tym samym o mniejszą wartość prądu).

Na podstawie wartości prądu początkowego I_K'' , którą w najprostszym przypadku wylicza się na podstawie wzoru (7.1), wyznaczone są pozostałe wielkości charakteryzujące przebieg prądu zwarcia.

POCZĄTKOWY SYMETRYCZNY PRĄD ZWARCIA

W normie IEC 60909 wyznaczenie początkowego prądu zwarcia I_K'' przy wykorzystaniu wzoru (7.1) ma znaczenie podstawowe. Norma wprowadza jednak cztery charakterystyczne przypadki obliczeń, nadając im pewną specyfikę. Poniżej zostały one kolejno omówione.

Zwarcie w układzie o konfiguracji zbliżonej do promieniowej

W przypadku, gdy układ ma konfigurację promieniową, lub taką, którą można sprowadzić do konfiguracji promieniowej za pomocą prostych przekształceń, zaleca się, aby symetryczny prąd zwarcia wyznaczać indywidualnie dla każdego elementu przyłączanego do miejsca

$$K_{GSO} = \frac{1}{1 + P_G} \cdot \frac{c_{\max}}{1 + X_d'' \sin \varphi_{rG}} \quad (7.22)$$

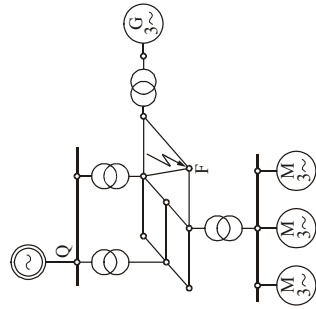
i zamiast K_{TS} współczynnik K_{TSO} wyznaczany jest ze wzoru

$$K_{TSO} = \frac{1}{1 + P_G} \cdot \frac{c_{\max}}{1 - X_{Tp.u.} \sin \varphi_{rG}} \quad (7.23)$$

przy czym $1 + P_G$ oznacza względną wartość przekładni transformatora blokowego na górnym zaciepie. Należy także pamiętać, że w przypadku wyznaczania prądu zwarcia po stronie dolnego napięcia transformatora potrzeb własnych uwzględnić się impedancję zastępczą Z_{st} oraz skorygowaną wartość impedancji transformatora (współczynnik korekcyjny wyznaczony według wzoru (7.3)).

Zwarcia w sieciach zamkniętych

Przykład sieci o strukturze zamkniętej przedstawiono na rys.7.7. Zalecenie normy odnośnie sieci zamkniętej polega w tym przypadku na wyznaczeniu zastępczej impedancji zwarciowej Z_k za pomocą sekwencji przekształceń topologicznych (łączenie równoległe, szeregowo, przekształcenia trójkąt-gwiazda itd.). Możliwe jest także zastosowanie innych metod przekształcania sieci wykorzystujących jej model w układzie poświadczonym obliczeniom komputerowym. Jeżeli pomiędzy miejscem zwarcia a danym elementem sieci znajdują się transformator (na rys. 7.7 takimi elementami są – generator G, system zastępczy Q oraz grupa silników M) jego impedancja powinna być oczywiście sprowadzona na poziom napięcia tej sieci z uwzględnieniem przekładni transformatora. Jeśli pomiędzy danym elementem (lub podsystemem) znajduje się więcej niż jeden transformator, a przekładnie tych transformatorów różnią się między sobą, norma zaleca przyjęcie za współczynnik sprowadzenia średniej arytmetycznej przekładni transformatorów (na rys. 7.7 pomiędzy podsystemem Q a siecią objętą zwarcieniem występują dwa transformatory). Pamiętać należy jednak, że także w sieci o strukturze zamkniętej, w obliczeniach są wykorzystywane impedancje elementów (transformatorów, generatorów), których wartości są pomnożone przez odpowiednie współczynniki korygujące.



Rys. 7.7 Przykład sieci o strukturze zamkniętej

UDAROWY PRĄD ZWARCIA

Termin *prąd udarowy* jest zwyczajowym (choć właściwie niepoprawnym) tłumaczeniem nazwy wielkości zwarciowej określonej w normie jako *peak current* i oznaczonej symbolem i_p . Poprawne tłumaczenie to raczej *prąd szczytowy* (wartość maksymalna w przebiegu prądu

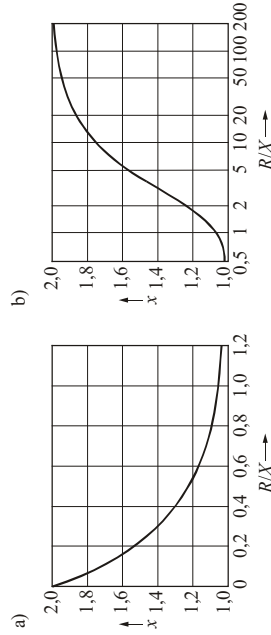
zwarcia), jednak ten termin w polskim słownictwie technicznym jest zarezerwowany dla wielkości określającej wytrzymałość dynamiczną aparatów elektrycznych, stąd propozycja tłumaczenia zapewniająca zgodność z normą IEC 60909.

Warto zwrócić uwagę, że wyznaczenie maksymalnej wartości, którą osiąga prąd zwarcia (czyli maksymalnej wartości osiągniętej przez przebiegi widoczne na rys. 7.1) nie jest z punktu widzenia analizy matematycznej zadaniem łatwym. W obliczeniach inżynierskich stosuje się podejście uproszczone, polegające na przyjęciu zależności liniowej pomiędzy wartością prądu udarowego a wartością początkowego prądu zwarcia tj.

$$i_p = \chi \sqrt{2} \cdot i_k \quad (7.24)$$

przy czym wartość współczynnika udaru χ w zależności od R/X lub X/R podano w formie graficznej na rys. 7.8. Współczynnik ten można również wyliczyć ze wzoru

$$\chi = 1,02 + 0,98e^{-3R/X} \quad (7.25)$$



Rys. 7.8. Współczynnik χ dla obwodów szeregowych w zależności od wartości: a) R/X oraz b) X/R

Dokładne wyznaczenie maksymalnej wartości prądu zwarcia w przypadku układu zasilanego z kilku źródeł (konfiguracja promieniowa) oraz w sieci zamkniętej jest jeszcze bardziej złożonym zagadnieniem. Ilustruje to rys. 7.9.

Na podstawie analizy obwodów liniowych w stanie nieustalonym można stwierdzić, że widoczna na rysunku składowa nieokresowa prądu $i(t)$ może być wyrażona jako

$$i(t) = i_{G1} e^{-\frac{R_1}{L_1} t} + i_{G2} e^{-\frac{R_2}{L_2} t} \neq i_G e^{-\frac{R_G}{L_G} t} \quad (7.26)$$

Przebieg nieustalony zanika zatem w sposób określony poprzez dwie stałe czasowe $T_1=L_1/R_1$ oraz $T_2=L_2/R_2$. Wyznaczając zastępczą impedancję obwodu

$$Z_k = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + j\omega L_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}} \quad (7.27)$$

bądź też wyznaczając osobno zastępczą rezystancję i reaktancję

$$R_z = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad X_z = \omega \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (7.28)$$

nie można dobrać zastępczej stałej czasowej charakteryzującej zanikanie składowej nieokresowej, co wynika ze wzoru (7.26). Mniemanie o istnieniu takiej zastępczej stałej

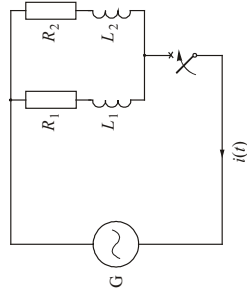
czasowej jest równocześnie częstym błędem popełnianym przez mniej doświadczone osoby zajmujące się problematyką zwiarcową.

Jeżeli jednak poszukiwana jest maksymalna wartość przebiegu prądu zwarcia, to nawet przy dość dużym rozrzucie wartości stałych czasowych (np. $T_1/T_2 = 10$) błąd popełniany w wyniku zastosowania zależności

$$i_p = i_{h1} + i_{h2} \quad (7.29)$$

(wartość maksymalna prądu w obwodzie o dwóch stałych czasowych, jest równa sumie wartości maksymalnych wyznaczonych dla poszczególnych składowych) jest niewielki.

Takie postępowanie, polegające na sumowaniu wartości prądów udarowych w poszczególnych elementach przyłączonych do miejsca zwarcia zaleca norma IEC 60909.



Rys. 7.9. Obwód zawierający dwie gałęzie równoległe o różnych wartościach stosunku R/X

W przypadku sieci zamkniętych wyznaczenie przebiegu składowej nieokresowej prądu zwarcia wymagałoby zastosowania złożonych metod rachunku operatorowego. Dlatego też norma podaje w tym zakresie 3 alternatywne rozwiązania uproszczone (metody A,B,C) wykorzystujące wzór (7.24), a różniące się sposobem wyznaczania współczynnika χ .

Jeżeli nie jest wymagana duża dokładność obliczeń, to wystarczy metoda A. Poniżej omówiono w skrócie tę metodę oraz metody B i C.

Metoda A. Przy jednakowej wartości R/X lub X/R przyjmuje się $\chi = \chi_A$. Współczynnik χ_A jest określony jako najmniejsza wartość stosunku R/X (lub największa X/R) spośród wszystkich gałęzi sieci. Wystarczające jest uwzględnienie gałęzi, przez które przepływa łącznie co najmniej 80% prądu w miejscu zwarcia.

Metoda B. Dla zastępczej impedancji zwiarcowej $Z_k = R_k + jX_k$ wyznacza się χ_B wg rys.7.8 lub wzoru (7.25). Do obliczeń prądu udarowego przyjmuje się $\chi = 1,15\chi_B$, nie przekraczając jednak wartości 1,8 (sieć niskiego napięcia) lub 2,0 (sieć SN i WLN).

Metoda C. Wprowadza się pojęcie *częstościwości zastępczej* f_c , której wartość dla impedancji zastępczej $Z_c = R_c + jX_c$, a następnie stosunek

$$\frac{R}{X} = \frac{R_c \cdot f_c}{X_c \cdot f} \quad (7.30)$$

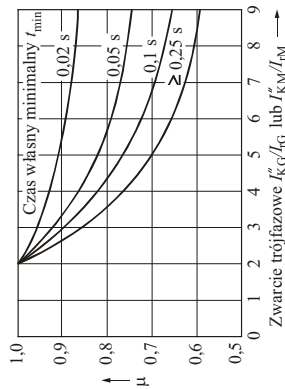
Współczynnik χ_c wyznacza się z tego własnie stosunku (rys.7.8 lub wzór (7.25)), a do wyznaczenia prądu udarowego przyjmuje się $\chi = \chi_c$. W przypadku wyznaczania impedancji Z_c wartości impedancyjnych współczynników korekcyjnych (choćby wyznaczone dla sieci 50 Hz) nie należy przeliczać na poziom częstości f_c . Uzasadnienie dla zastosowania częstości $f_c = 20$ Hz ma charakter empiryczny. Zauważono bowiem, że w przypadku sieci o strukturze zamkniętej przyjmowanie do wzoru (7.24) współczynnika χ wyznaczonego na podstawie stosunku R_k/X_k zaniża wartość prądu i_p . Okazało się, że przyjęcie obniżonej o 60% częstości skoryguje wartości reakcji wszystkich elementów wpływa na zadawalające skorygowanie wartości współczynnika χ . Trudno jednak dla tego faktu podać spójne wyjaśnienie poza doświadczeniem wynikającym z wielu analiz obliczeniowych układów zbudowanych z gałęzi typu R,L .

SYMERYCZNY PRĄD WYŁĄCZENIOWY

Zmniejszanie się składowej okresowej prądu zwiarcowego uwzględnia się w normie IEC 60909 przy wyznaczaniu prądu wyłączeniowego I_B za pomocą współczynnika $\mu < 1$

$$I_B = \mu I_K \quad (7.31)$$

przy czym wartość μ zależy od stosunku I_K''/I_G oraz czasu własnego minimalnego t_{min} , który jest sumą minimalnego opóźnienia czasowego przełącznika bezwłocznego i najmniejszego czasu otwierania wyłącznika. Nie uwzględnia się *opóźnienia czasowego* nastawianego w układach wyłączających. Wartości μ określone poniżej odnoszą się do turbogeneratorów średniego napięcia, generatorów jawniebiegunowych oraz kompensatorów synchronicznych ze wzbudzeniem zasilanym z maszyny wirującej lub prostownika (przy założeniu, że w przypadku wzbudzenia prostownikowego czas własny minimalny jest mniejszy niż 0,25s i maksymalne napięcie wzbudzenia jest mniejsze niż 1,6 napięcia wzbudzenia przy obciążeniu znamionowym). W innych przypadkach przyjmuje się $\mu = 1$.



Rys. 7.10. Współczynnik μ do obliczenia prądu zwiarcowego wyłączeniowego I_B

Wartość współczynnika $\mu = 1$ przyjmuje się także dla zwarć odległych od generatora i dla większości przypadków obliczeń dotyczących sieci zamkniętych. Miarą odległości od generatora jest w tym przypadku wartość stosunku I_K''/I_G . Jeśli jest ona mniejsza niż 2 zwarcie traktowane jest jako odległe. W pozostałych przypadkach wartość współczynnika μ wyznaczana jest ze wzorów:

- dla $t_{\min} = 0,02 \text{ s}$ $\mu = 0,84 + 0,26 e^{-0,26 I_{KG}'' / I_{FG}}$
- dla $t_{\min} = 0,05 \text{ s}$ $\mu = 0,71 + 0,51 e^{-0,30 I_{KG}'' / I_{FG}}$ (7.32)
- dla $t_{\min} = 0,10 \text{ s}$ $\mu = 0,62 + 0,72 e^{-0,32 I_{KG}'' / I_{FG}}$
- dla $t_{\min} \geq 0,25 \text{ s}$ $\mu = 0,56 + 0,94 e^{-0,38 I_{KG}'' / I_{FG}}$

Wartość I_{KG}'' (składowa prądu zwarcia od generatora) i I_{FG} (prąd znamionowy generatora) są odniesione do tego samego napięcia. Pamiętać o tym należy wyznaczając prąd I_b w przypadku zwarcia zasilanych za pośrednictwem transformatorów blokowych. Za pomocą przekładni φ_T (znamionowa przekładnia transformacji) należy doprowadzić do tego, aby obydwa prądy były określone na tym samym poziomie napięcia. Współczynnik μ można również określić z rys. 7.10 w zależności od prądu początkowego, a dla pośrednich wartości czasu własnego można stosować interpolację liniową pomiędzy krzywymi.

Przy zwarciu zasilanym z kilku niezależnych źródeł (rys.7.5) w celu wyznaczenia prądu wyłączeniowego, dodaje się poszczególne prądy wyłączeniowe wyznaczone oddzielnie dla każdego ze źródeł czyli

$$I_B = I_{B \text{ PSU}} + I_{KT}'' + I_{BM} \quad (7.33)$$

Z uwagi na szybkie zanikanie prądu zwarcia silników indukcyjnych, przy obliczaniu prądu wyłączeniowego I_{BM} wprowadza się dodatkowy współczynnik q , zależny od mocy silnika przypadającej na parę biegunów i minimalnego czasu własnego. Szybkość zanikania prądu zwarcia jest tym większa, im moc przypadająca na parę biegunów jest mniejsza ($m = P_{PM} / P$). Wartości współczynnika q oblicza się następująco:

- dla $t_{\min} = 0,02 \text{ s}$ $q = 1,03 + 0,12 \ln m$
- dla $t_{\min} = 0,05 \text{ s}$ $q = 0,79 + 0,12 \ln m$ (7.34)
- dla $t_{\min} = 0,10 \text{ s}$ $q = 0,57 + 0,12 \ln m$
- dla $t_{\min} \geq 0,25 \text{ s}$ $q = 0,26 + 0,10 \ln m$

(gdzie m oznacza moc znamionową silnika w megawatach przypadającą na jedną parę biegunów) lub wyznacza z wykresu na rys. 7.11.

Tak więc

$$I_{BM} = q \mu I_{KM}'' \quad (7.35)$$

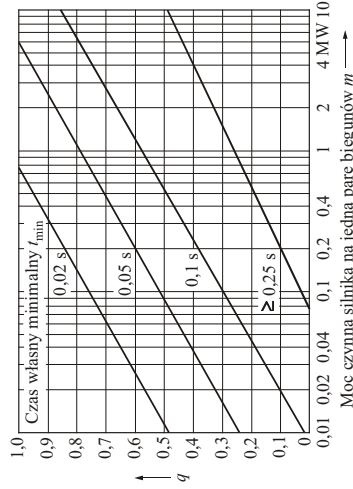
W sieciach zamkniętych, w obliczeniach przybliżonych można pomijać efekt zanikania składowej okresowej prądu zwarcia i przyjmować

$$I_B = I_K'' \quad (7.36)$$

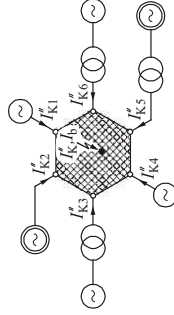
W celu uzyskania większej dokładności norma proponuje zastosowanie następującego wzoru

$$I_B = I_K'' - \sum_i \frac{\Delta U_{Gi}}{c U_n} (1 - \mu_i) I_{KGi}'' - \sum_j \frac{\Delta U_{Mj}}{c U_n} (1 - \mu_j q_j) I_{KMj}'' \quad (7.37)$$

przy czym: prąd początkowy I_K'' wyznacza się z uwzględnieniem wszystkich źródeł; wielkości ze wskaźnikiem i dotyczą generatorów, a ze wskaźnikiem j silników indukcyjnych.



Rys. 7.11. Wyznaczenie współczynnika q do obliczeń prądu zwarcia wyłączeniowego silników indukcyjnych



Rys. 7.12. Wyznaczenie prądu wyłączeniowego I_b w sieci zamkniętej

Postać i sens wzoru (7.37) można wyjaśnić za pomocą rys.7.12 oraz następującego rozumowania.

Prąd wyłączeniowy I_b dla zwarcia w sieci zamkniętej może być traktowany jako prąd I_K'' pomniejszony o sumę wielkości określonych poglądowo jako *prądy zanikania*, czyli

$$I_B = I_K'' - \sum_i I_{zGi}'' - \sum_j I_{zMj}'' \quad (7.38)$$

Gdyby zwarcie miało miejsce na zaciskach i -tego generatora (i -tego silnika) wtedy prąd zanikania, na podstawie wcześniejszej wprowadzonych definicji, mógłby być wyznaczony ze wzoru

$$I_{zGi}'' = (1 - \mu_i) I_{KGi}'' \quad , \quad I_{zMj}'' = (1 - q_j \mu_j) I_{KMj}'' \quad (7.39a)$$

Ponieważ zwarcie jest oddalone od generatora, dynamika procesu zmniejszania się składowej okresowej prądu zwarcia zmienia się, co omówiono szczegółowo w rozdz. 2. Można przyjąć, że wartość prądu zanikania w zmienionych warunkach określa współczynnik q_i , który ma wartość bezwzględnie mniejszą od 1 (dla silników odpowiednio współczynnik q_j), pomnożony przez wartość tego prądu wyznaczoną dla zwarcia na zaciskach generatora, czyli

$$I_{zGi}'' = \alpha_i (1 - \mu_i) I_{KGi}'' \quad , \quad I_{zMj}'' = \alpha_j (1 - q_j \mu_j) I_{KMj}'' \quad (7.39b)$$

Współczynnik α_i powinien być miarą odległości pomiędzy miejscem zwarcia a zaciskami generatora (dla zwarcia bliskiego jego moduł powinien być zbliżony do jedności, dla zwarcia odległego do zera). W przypadku sieci promieniowej wartość tego współczynnika mogłaby być związana z impedancją linii łączącej miejsce zwarcia z generatorem. W przypadku sieci zamkniętej nie da się wyróżnić takiej linii. Dlatego też jako miarę odległości miejsca zwarcia od zacisków generatora przyjęto stosunek spadku napięcia na skorygowanej reakcji generatora (silnika) do standardowej wartości napięcia fazowego sieci, czyli

$$\alpha_i = \frac{\Delta U_{Gi}''}{cU_n} = \frac{I_{KGi}'' X_{dK}''}{\sqrt{3} cU_n} \quad (7.40a)$$

$$\alpha_j = \frac{\Delta U_{Mj}''}{cU_n} = \frac{I_{kMj} X_M}{\sqrt{3} cU_n} \quad (7.40b)$$

Uwzględnienie zależności (7.38)-(7.40) prowadzi do przedstawionej postaci wzoru (7.37).

W przypadku większej liczby źródeł wyznaczanie I_k prądu jest najbardziej efektywne przy zastosowaniu metod komputerowych.

USTALONY PRĄD ZWARCIA

Amplituda ustalonego prądu zwarciovego I_k (rys.7.1) zależy od warunków nasycania obwodów magnetycznych maszyn oraz od łańcuch dokonywanych w sieci w czasie trwania zwarcia. Tym samym jego wartość wyliczona wg wskaźówek zawartych w normie jest mniej dokładna niż w przypadku prądu I_k'' . Proponowana metoda obliczeń może być uznana jako zapewniająca wystarczającą dokładność wyznaczenia maksymalnych i minimalnych wartości I_k w przypadku, gdy zwarcie jest zasilane z jednej maszyny synchronicznej.

Maksymalny ustalony prąd zwarciovowy $I_{k,max}$, występujący przy maksymalnym wzbudzeniu generatora wyznacza się ze wzoru

$$I_{k,max} = \lambda_{max} I_{rG} \quad (7.41)$$

przy czym stałą λ_{max} określa się z wykresu (rys.7.13 - dla turbogeneratorów, rys.7.14 - dla maszyn jawnobiegunowych). Widoczny na tych rysunkach parametr $X_{d,sat}$ jest odwrotnością innego, znanego z teorii maszyn synchronicznych współczynnika k_z , zwanego współczynnikiem zwarcia.

Dla widocznej na rys.7.13a pierwszej serii krzywych wyznaczających λ_{max} przyjęto najwyższy poziom wzbudzenia turbogeneratorów występujący przy pracy w warunkach znamionowych jako 1,3, a dla serii drugiej (rys 7.13b) poziom ten wynosi 1,6.

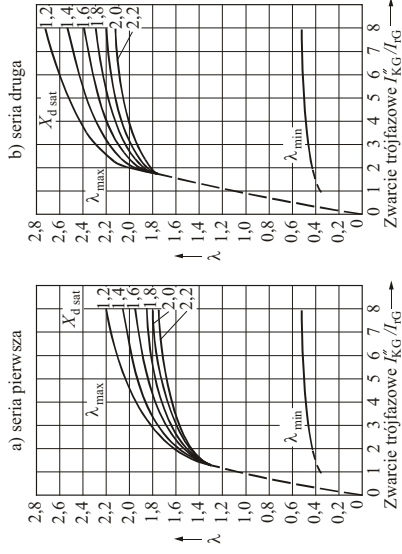
Dla widocznej na rys.7.14a pierwszej serii krzywych wyznaczających λ_{max} przyjęto najwyższy poziom wzbudzenia maszyn jawnobiegunowych występujący przy pracy w warunkach znamionowych jako 1,6, a dla serii drugiej (rys 7.14b) poziom ten wynosi 2,0.

Minimalny ustalony prąd zwarciovowy $I_{k,min}$ występuje przy stałym wzbudzeniu maszyny synchronicznej w stanie biegu jałowego

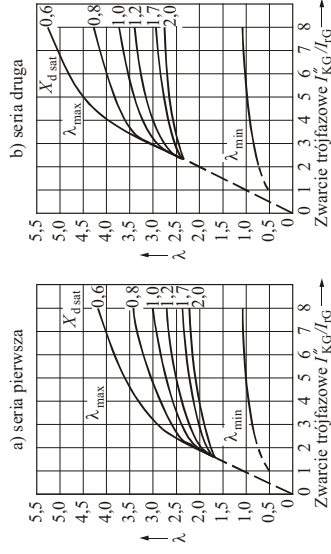
$$I_{k,min} = \lambda_{min} I_{rG} \quad (7.42)$$

przy czym stałą λ_{min} wyznacza się z rys.7.13 oraz rys.7.14.

Należy pamiętać, że w przypadku wzbudzenia statycznego (rys.2.15b) zasilanego z szyn, do których jest przyłączony generator, minimalny ustalony prąd zwarciovowy jest równy zero (przy zwarciu trójfazowym na tych szynach).



Rys. 7.13. Współczynniki λ_{max} i λ_{min} dla turbogeneratorów



Rys. 7.14. Współczynniki λ_{max} , λ_{min} dla generatorów jawnobiegunowych

W przypadku zwarcia ustalonego zasilanego z bloku generator-transformator obliczenia wykonuje się w analogiczny sposób, pamiętając o konieczności przeliczenia prądu generatora na poziom napięcia sieci z wykorzystaniem przekładni φ_v .

Udział silników indukcyjnych w ustalonym prądzie zwarcia nie występuje, gdyż z uwagi na brak wzbudzenia składowa okresowa zanika do zera.

SKŁADOWA NIEOKRESOWA PRĄDU ZWARCIA

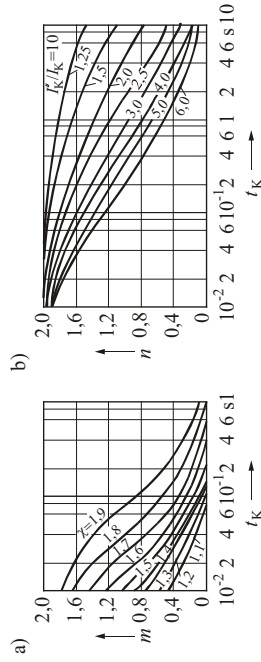
Decydująca o wartości prądu udarowego składowa nieokresowa prądu zwarcia i_{ie} występuje w nim niejako w sposób niejawny. Jeśli zachodzi potrzeba wyznaczenia jej wartości w chwili t_k , norma zaleca korzystanie ze wzoru

$$i_{ie} = \sqrt{2} I_k e^{-2\pi f t_k} R / X \tag{7.43}$$

Występujący w tym wzorze stosunek R/X należy wyznaczać według wyżej opisanej metody A lub metody C.

OBLICZANIE EFEKTU CIEPLNEGO

Prąd przemienny I_{th} dający taki sam efekt cieplny, jaki w czasie trwania zwarcia t_k daje rzeczywisty prąd zwarcia nazywany jest zastępczym prądem cieplnym I_k sekundowym.



Rys. 7.1.6. Wyznaczanie współczynników do obliczania prądu zwarciego cieplnego I_{th} w funkcji czasu trwania zwarcia t_k : a) współczynnik m (stała χ jak dla prądu udarowego); b) współczynnik n

Ponieważ nie jest znany dokładnie przebieg prądu zwarcia, więc prąd I_{th} wyznacza się jako funkcję prądu początkowego I_k oraz dwóch parametrów m, n , charakteryzujących w sposób przybliżony dynamikę zmian przebiegu zwarciego:

$$I_{th} = I_k \sqrt{m+n} \tag{7.50}$$

Parametr m , który wyznacza się z wykresu (rys. 7.1.6a) w funkcji t_k (czas trwania zwarcia), oraz przy wykorzystaniu współczynnika udaru χ jako parametru, charakteryzuje efekt cieplny wywołany składową nieokresową prądu zwarciego. Parametr n , który wyznacza się także z wykresu (rys. 7.1.6b) w funkcji t_k oraz przy wykorzystaniu stosunku I_k / I_K jako parametru, charakteryzuje efekt cieplny wywołany zanikającymi składowymi podprzebiegową i przejściową prądu zwarciego. Dla sieci o złożonej konfiguracji należy przyjmować $n=1$, gdyż stosunek I_k / I_K ma dla tych sieci również taką wartość. Norma zawiera także wzory do wyznaczania wartości współczynników m oraz n , są one jednak bardzo złożone i nadają się do stosowania tylko w obliczeniach wspieranych komputerowo.

Należy podkreślić, że w przypadku wyznaczania prądu I_{th} w układzie o konfiguracji promieniowej (rys.7.5) niepoprawne jest zastosowanie sumowania zastępczych prądów cieplnych cząstkowych, tak jak miało to miejsce w przypadku cząstkowych prądów

udarowych i_p oraz cząstkowych prądów wyłączeniowych I_{th} . Konieczne jest wyznaczenie całkowitego prądu początkowego I_k oraz związanych z nim współczynników m, n . Prawidłowość ta wynika z prostej matematycznej zależności, że suma kwadratów liczb nie jest równa kwadratowi ich sumy, a przecięte efekty cieplne związane są z kwadratami wartości prądów.

INNE ZAGADNIENIA W NORMIE

Powyżej omówiono dla zorientowania studentów niektóre zagadnienia omawiane w normie, trzeba jednak podkreślić, że norma jest bardzo obszerna i zawiera wiele innych zagadnień szczegółowych takich jak:

- wyznaczanie wielkości charakterystycznych w przypadku zwarć niesymetrycznych
- zagadnienia modelowania elementów sieci,
- specyfika obliczeń dla zwarć w pobliżu generatorów,
- uwzględnianie wpływu silników indukcyjnych na prąd zwarcia.

Zagadnienia te są opisane także w książce.

Literatura

P.Kacejko, J.Machowski : „Zwarcia w systemach elektroenergetycznych”. WNT, 2002

Tematy egzaminacyjne

1. Przyczyny i skutki zwarcia, rodzaje zwarcia, cele obliczeń zwarciovych.
2. Przebieg prądu zwarcia generatora synchronicznego. Charakterystyczne stany generatora synchronicznego (podprzebiegiowy, przejściowy, ustalony). Składowa okresowa i nieokresowa prądu zwarcia. Wielkości charakteryzujące prądy zwarciove.
3. Metoda składowych symetrycznych (diagonalizacja macierzy impedancyjnej elementu staciovego, przekształcenie 012).
4. Elektryczna interpretacja składowych symetrycznych.
5. Odzworowanie zwarcia trójfazowego (K3) w metodzie składowych symetrycznych. Obliczenie prądu zwarcia za pomocą metody Thevenin'a.
6. Odzworowanie zwarcia jednofazowego (K1) w metodzie składowych symetrycznych. Obliczenie prądu zwarcia za pomocą metody Thevenin'a. Porównanie prądu zwarcia jednofazowego i prądu zwarcia trójfazowego. Napięcia faz zdrowych.
7. Odzworowanie zwarcia dwufazowego (K2) w metodzie składowych symetrycznych. Obliczenie prądu zwarcia za pomocą metody Thevenin'a. Porównanie prądu zwarcia dwufazowego z ziemią i prądu zwarcia trójfazowego. Napięcie fazy zdrowej.
8. Odzworowanie zwarcia dwufazowego z ziemią (K2E) w metodzie składowych symetrycznych. Obliczenie prądu zwarcia za pomocą metody Thevenin'a. Porównanie prądu zwarcia dwufazowego z ziemią i prądu zwarcia trójfazowego. Napięcie fazy zdrowej.
9. Schematy zastępcze (składowe symetryczne) generatorów synchronicznych do obliczania początkowego prądu zwarcia. Schemat bloku generator - transformator blokowy.
10. Schematy zastępcze dla składowej zgodnej transformatorów dwu - uzwojeniowych oraz trój - uzwojeniowych.
11. Schematy zastępcze dla składowej zerowej transformatorów dwu - uzwojeniowych oraz trój - uzwojeniowych. Wpływ konstrukcji rdzenia transformatora. Wpływ sposobu połączenia uzwojeń transformatora.
12. Transformacja składowych symetrycznych oraz prądów trójfazowych przez transformator o układzie połączeń Yd11. Pojęcie paradoksu transformacji prądu trójfazowego.
13. Zastosowanie metody potencjałów węzłowych do obliczenia napięć w sieci i prądów w gałęziach sieci w stacjach zwiarciovych. Metoda obliczania impedancyjnej macierzy zwiarciovej. Interpretacja fizyczna elementów diagonalnych tej macierzy.
14. Zwarcie doziemne w sieci z izolowanym punktem neutralnym. Schemat zastępczy dla składowych symetrycznych. Wzory na prąd zwarcia i napięcia faz zdrowych. Wykres fazorowy. Ilustracja rozplywu prądów w pojemnościach poprzecznych, przewodach fazowych i ziemi. Przepięcia ziemnozwarciowe.
15. Zwarcie doziemne w sieci z punktem neutralnym uziemionym przez dławik kompensacyjny. Schemat zastępczy dla składowych symetrycznych. Wzory na prąd zwarcia i napięcia faz zdrowych. Ilustracja rozplywu prądów w pojemnościach poprzecznych, przewodach fazowych i ziemi. Przebiegi napięć.
16. Zwarcie doziemne w sieci z punktem neutralnym uziemionym przez rezystor. Schemat zastępczy dla składowych symetrycznych. Wzory na prąd zwarcia i napięcia faz zdrowych.
17. Zwarcie doziemne w sieci z punktem neutralnym uziemionym przez dławik kompensacyjny z automatyką wymuszenia składowej czynnej (AWSC).
18. Norma IEC 60909 "Short - circuit calculation in three phase ac systems". Podstawowe definicje dotyczace wielkości zwiarciovych. Wymienić zagadnienia ujęte w normie.