



opracował: prof. dr hab. inż. Józef Paska, mgr inż. Piotr Marchel

Ćwiczenie nr 2. Obliczanie wskaźników niezawodności podstawowych struktur niezawodnościowych

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z podstawowymi strukturami niezawodnościowymi: szeregowymi, równoległymi, progowymi i mieszanymi oraz nabycie umiejętności obliczeń ich wskaźników niezawodności.

2. Wprowadzenie

a) Struktury niezawodnościowe systemów

Struktura niezawodnościowa systemu przedstawia sposób wzajemnych powiązań elementów określających zależność uszkodzeń systemu od uszkodzeń jego elementów.

Strukturę niezawodnościową danego systemu (obiektu złożonego) opisuje się tzw. funkcją strukturalną systemu. W odniesieniu do systemów dwustanowych w sensie niezawodności, składających się z n elementów, funkcję strukturalną określa się jako funkcję $\Phi[X(t)]$ wektora zero-jedynkowego $X(t)$ stanu systemu przy założeniu, że stan systemu jest w pełni określony przez stany jego elementów $x_i(t)$, tj.:

$$\Phi[X(t)] = \Phi[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)], \quad (1)$$

gdzie:

$[x_i(t)]$, $i = 1, 2, \dots, n$ - funkcja binarna określająca stan i -tego elementu; przyjmuje wartość 1, gdy element jest zdatny, oraz 0, gdy element jest niezdatny.

Funkcja $\Phi[X(t)]$ przyjmuje wartość 1, gdy system jest zdatny i 0, gdy system jest niezdatny.

b) Podział struktur niezawodnościowych

Struktury niezawodnościowe spotykane w praktyce można podzielić na:

- podstawowe, tj. szeregowie, równoległe i progowe;
- mieszane otrzymane przez szeregowie, równoległe lub progowe połączenie podsystemów o strukturach podstawowych;
- złożone, których nie można utworzyć przez szeregowie, równoległe lub progowe połączenie schematów struktur podstawowych, np. struktura mostkowa.

Różne struktury niezawodnościowe systemu, o tej samej liczbie identycznych, niezależnych elementów, skutkują różnym poziomem niezawodności systemu.

c) Szeregowa struktura niezawodnościowa

Mówimy, że system ma *szeregową strukturę niezawodnościową*, jeżeli niesprawność dowolnego elementu powoduje niesprawność całego systemu. Z definicji struktury szeregowej wynika, że obiekt jest sprawny wtedy i tylko wtedy, kiedy wszystkie jego elementy są sprawne.



Rys. 1. Szeregowa struktura niezawodnościowa

Jeżeli uszkodzenia poszczególnych elementów systemu są zdarzeniami niezależnymi, to prawdopodobieństwo, że wszystkie elementy będą nieuszkodzone (czyli, że system jest zdalny) – funkcja niezawodności systemu, jest równe iloczynowi współczynników (prawdopodobieństw) zdalności wszystkich elementów:

$$\begin{aligned} R_s(t) &= P(T \geq t) = P(T_1 \geq t, T_2 \geq t, \dots, T_n \geq t) = \\ &= P(T_1 \geq t)P(T_2 \geq t) \dots P(T_n \geq t) = \prod_{i=1}^n R_i(t) = \prod_{i=1}^n [1 - F_i(t)] \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie:

$R_i(t)$ – funkcja niezawodności i -tego elementu systemu,

$F_i(t)$ – dystrybucja czasu poprawnej pracy (T_i) i -tego elementu.

Z kolei, dystrybucja czasu poprawnej pracy (funkcja zawodności) systemu o szeregowej strukturze niezawodnościowej – współczynnik zawodności – jest określona wzorem:

$$Q_s(t) = F_s(t) = P(T < t) = 1 - R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n R_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - F_i(t)] \quad (3)$$

Zatem:

$$\exp \left[- \int_0^t A_s(\tau) d\tau \right] = \exp \left[- \sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(\tau) d\tau \right] \quad (4)$$

gdzie:

$A_s(t)$ – funkcja intensywności uszkodzeń systemu;

$\lambda_i(t)$ – funkcja intensywności uszkodzeń i -tego elementu systemu.

I dalej:

$$A_s(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \dots + \lambda_n(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \quad (5)$$

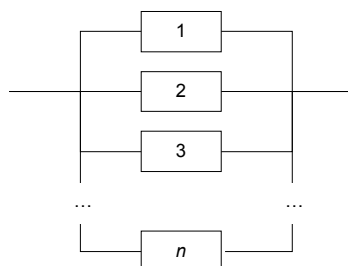
co oznacza, że intensywność uszkodzeń o strukturze szeregowej jest równa sumie intensywności uszkodzeń wszystkich elementów systemu.

d) Równoległa struktura niezawodnościowa

W przypadku struktury równoległej w sensie niezawodności cały obiekt jest zdalny, gdy przynajmniej jeden jego element jest zdalny. Natomiast w wypadku struktury progowej obiekt jest zdalny, jeżeli przynajmniej kilka jego elementów jest zdalnych.

System ma *równoległą strukturę niezawodnościową*, jeżeli zdalność dowolnego elementu tego systemu powoduje zdalność całego systemu. Z równoległą strukturą połączenia elementów w systemie mamy do czynienia wtedy, gdy wszystkie elementy wykonują to samo zadanie. Z

definicji struktury równoległej wynika, że system jest sprawny wtedy i tylko wtedy, kiedy co najmniej jeden z jego elementów jest sprawny.



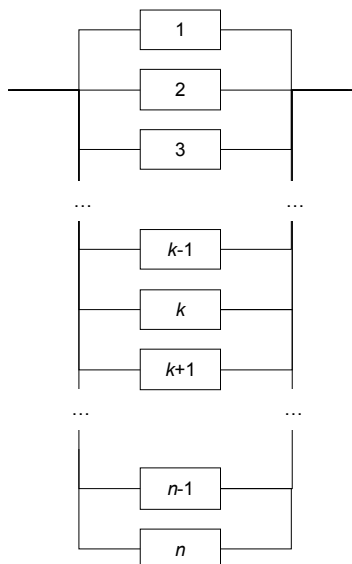
Rys. 2. Równoległa struktura niezawodnościowa

W systemie o równoległej strukturze niezawodnościowej dla prawidłowej pracy tego systemu wymagane jest prawidłowe działanie tylko jednego elementu. Zatem zależności na R_s i Q_s będą następujące (dla elementów niezależnych):

$$\begin{cases} R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n F_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^n Q_i(t) = 1 - Q_s(t) \\ Q_s(t) = F_s(t) = \prod_{i=1}^n F_i(t) = \prod_{i=1}^n Q_i(t) \end{cases} \quad (6)$$

e) Progowa struktura niezawodnościowa

System ma *progową strukturę niezawodnościową* oznaczoną jako „ k z n ”, jeżeli w celu zapewnienia jego zdolności musi być zdolnych co najmniej k spośród n jego elementów.



Rys. 3. Progowa struktura niezawodnościowa „ k z n ”

W przypadku, gdy w n -elementowym systemie o strukturze progowej występują elementy o różnych charakterystykach niezawodnościowych, trudno jest przedstawić jednoznaczne i proste formuły na R_s i Q_s systemu.

Ogólna zależność na prawdopodobieństwo poprawnej pracy systemu o strukturze progowej, przy założeniu, że czasy poprawnej pracy jego elementów są niezależnymi zmiennymi losowymi, jest następująca:

$$R_s(t) = P(T \geq t) = \sum_{j=1}^m R^j(t) = \sum_{j=1}^m P^j(T \geq t) \quad (7)$$

gdzie:

$R^j(t)$ – prawdopodobieństwo poprawnej pracy odniesione do j -tej kombinacji zdatnych elementów dającej zdarność systemu,

m – liczba kombinacji zdatnych elementów dających zdarność systemu (liczba stanów zdarności systemu).

Prawdopodobieństwo poprawnej pracy dowolnej j -tej kombinacji zdatnych elementów dającej zdarność systemu można wyznaczyć jako:

$$R^j(t) = \prod_{i=1}^n [R_i(t)]^{e_i} [1 - R_i(t)]^{(1-e_i)} \quad (8)$$

gdzie:

e_i – wskaźnik przyjmujący wartość 1, gdy element występujący w j -tej kombinacji elementów jest zdarny lub 0, gdy jest niezdatny.

W przypadku gdy wszystkie elementy systemu o strukturze progowej mają identyczne charakterystyki niezawodnościowe, $R_i(t) = R(t)$, to wykorzystując wzór dwumianowy Bernoulliego, uzyskuje się następujące zależności:

$$\begin{cases} R_s(t) = \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} [R(t)]^i [1 - R(t)]^{n-i} \\ Q_s = 1 - R_s = 1 - \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} [R(t)]^i [1 - R(t)]^{n-i} \end{cases} \quad (9)$$

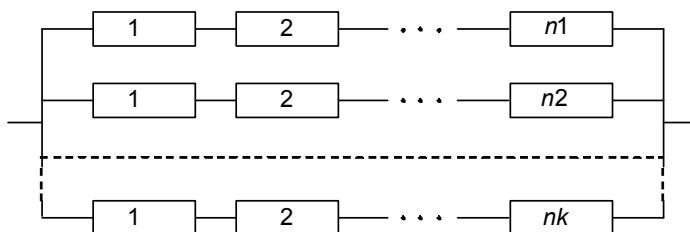
gdzie:

k – minimalna wymagana liczba zdatnych elementów systemu,

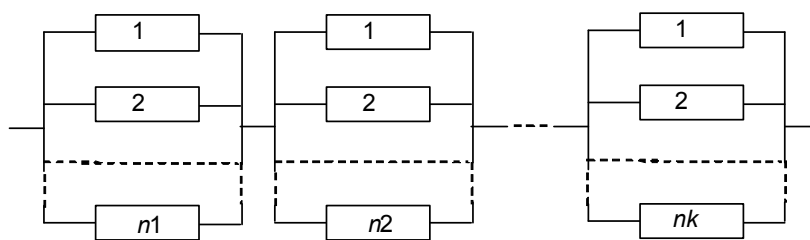
$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ - liczba kombinacji po i elementów.

f) Struktury mieszane otrzymane przez szeregowo, równoległe lub progowe połączenie podsystemów o strukturach podstawowych

Najczęściej spotykanymi strukturami mieszanymi są: struktura równoległo-szeregowo (rys. 4) i struktura szeregowo-równoległa (rys. 5).



Rys. 4. Równoległo-szeregowo struktura niezawodnościowa



Rys. 5. Szeregowo-równoległa struktura niezawodnościowa

Dystrybuanta czasu poprawnej pracy systemu o równoległo-szeregowej strukturze niezawodnościowej ma postać:

$$Q_s(t) = F_s(t) = \prod_{u=1}^k \left[1 - \prod_{i=1}^{n_u} R_{u,i}(t) \right] \quad (10)$$

gdzie:

$R_{u,i}(t)$ – funkcja niezawodności i -tego elementu w u -tym podsystemie szeregowym;

k – liczba podsystemów szeregowych;

n_u – liczba elementów w u -tym podsystemie szeregowym.

Dla systemu o szeregowo-równoległej strukturze niezawodnościowej zachodzi zależność:

$$R_s(t) = \prod_{r=1}^k \left[1 - \prod_{i=1}^{n_r} F_{r,i}(t) \right] \quad (11)$$

gdzie:

$F_{r,i}(t)$ – dystrybuanta czasu poprawnej pracy i -tego elementu w r -tym podsystemie równoległym,

k – liczba podsystemów równoległych,

n_r – liczba elementów w r -tym podsystemie równoległym.

g) Ogólne zasady budowy modelu niezawodnościowego systemu

Rodzaj struktury niezawodnościowej systemu (obiektu złożonego) zależy od:

- struktury funkcjonalnej obiektu, tzn. od sposobu konstrukcyjnego połączenia elementów i od wzajemnego oddziaływania tych elementów na siebie;
- zadania, jakie ma dany obiekt wykonać.

W związku z powyższym podstawą tworzenia struktur niezawodnościowych są odpowiednie schematy technologiczne obiektów złożonych. Ze względu na specyfikę problemu oraz różnice w rozwiązaniach projektowych różnych obiektów należy określać strukturę niezawodnościową indywidualnie dla każdego analizowanego obiektu.

Strukturę niezawodnościową analizowanego obiektu można przedstawić między innymi w postaci tabelaryzowanej lub analitycznej, np. przez funkcję strukturalną systemu. Jednak najprostszym i najbardziej obrazowym sposobem przedstawienia struktury niezawodnościowej obiektu jest sposób graficzny. W tym wypadku struktura niezawodnościowa jest pokazana jako graf lub też jako schemat blokowy niezawodności lub po prostu schemat niezawodnościowy obiektu.

Ze względu na specyfikę problemu oraz różnice w rozwiązaniach projektowych różnych systemów (np. zasilania obiektów) należy określać strukturę niezawodnościową indywidualnie dla każdego analizowanego systemu. Tworzenie schematu niezawodnościowego powinno zawierać:

- analizę schematu topologicznego funkcjonowania systemu;
- wyróżnienie w systemie elementów, których niezawodność ma wpływ na niezawodność systemu;
- odwzorowanie wyróżnionych elementów w postaci bloków;
- graficzne odwzorowanie zależności między stanami niezawodnościowymi elementów, a stanem niezawodnościowym systemu.

W celu ułatwienia graficznego odwzorowania struktury niezawodnościowej systemu można wykorzystać następujące wskazówki:

- a) elementy niepowtarzalne przedstawia się w postaci oddzielnych i różnych bloków,
- b) elementy powtarzalne przedstawia się w postaci jednego typu bloku;
- c) jeżeli niesprawność danego elementu powoduje niezdatność całego systemu, to element ten wchodzi w skład podsystemu o szeregowej strukturze niezawodnościowej;
- d) jeżeli niesprawność systemu jest spowodowana jednoczesną niezdatnością kilku elementów, to elementy te wchodzi w skład podsystemu o równoległej strukturze niezawodnościowej.

Wyróżnienia elementów w badanym systemie dokonuje się w procesie dekompozycji. Dekompozycja systemu polega na stopniowym podziale obiektu na mniejsze części (podsystemy), które z kolei dzieli się na podsystemy prostsze. Na danym stopniu podziału wyróżnione podsystemy traktuje się jako niepodzielne elementy. Podział jest wykonywany ze względu na funkcje (wg kryteriów technologicznych), jakie pełni dany podsystem podczas realizacji zadania obiektu. Dekompozycji dokonuje się do takiego stopnia szczegółowości, jaki narzuca cel i zakres oceny niezawodności analizowanego systemu. Oznacza to, iż z punktu widzenia potrzeb oceny niezawodności dalszy podział na elementy nie jest celowy.

W niektórych wypadkach struktura funkcjonalna obiektu złożonego odpowiada wprost jego strukturze niezawodnościowej. W większości wypadków jednak tak nie jest. Związane jest to z wpływem postawionego zadania, które ma wykonać obiekt, na jego strukturę niezawodnościową.

3. Zadania do wykonania

Do wykonania poniższych zadań należy użyć arkusza kalkulacyjnego Excel z pakietu MS Office oraz programu „Struktura”.

- 1) Obiekt o szeregowej strukturze niezawodnościowej składa się z n jednakowych elementów. Każdy z nich ma jednakową funkcję niezawodności dla oczekiwanego czasu t funkcjonowania.

$$R_i(t) = R = 0,95 \text{ dla każdego } i = 1, 2, \dots, n.$$

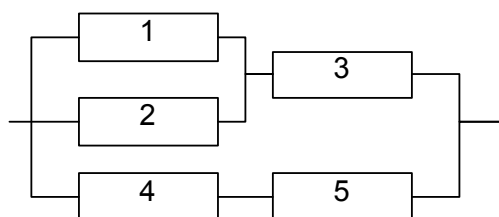
Wyznacz wartości funkcji niezawodności $R(t)$ dla całego obiektu, dla $n = 1$, $n = 2$, $n = 5$, $n = 10$, $n = 15$. Wykonaj analogiczne obliczenia, przy założeniu, że obiekt ma równoległą strukturę niezawodnościową. Przedstaw graficznie i porównaj zależność funkcji $R_i(t)$ od liczby elementów n w obiekcie dla obu przypadków.

- 2) Z ilu elementów o jednakowej funkcji niezawodności $R_i(t)$, należy zbudować system o równoległej strukturze niezawodnościowej, aby jego funkcja niezawodności $R(t)$ dla oczekiwanego czasu funkcjonowania t wyniosła co najmniej 0,99.

$$R_i(t) = 0,7.$$

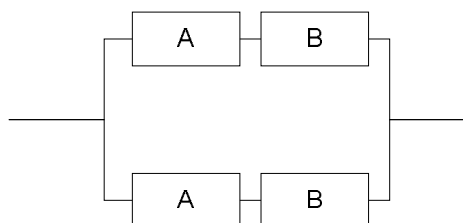
- 3) Wyznacz analitycznie funkcję niezawodności $R(t)$ systemu o przedstawionej poniżej strukturze. Funkcje niezawodności poszczególnych obiektów wynoszą:

$$R_1(t) = 0,5; \quad R_2(t) = 0,7; \quad R_3(t) = 0,85; \quad R_4(t) = 0,9; \quad R_5(t) = 0,95.$$



Przy pomocy programu „Struktura” sprawdź poprawność uzyskanego wyniku. Porównaj wyniki obliczeń metodami: analityczną oraz symulacyjną przy: 100, 1000 i 10 000 symulacji.

- 4) System składa się z obiektów, których funkcja niezawodności ma postać wykładniczą. Intensywności uszkodzeń elementów A i B wynoszą odpowiednio: $\lambda_A(t) = 5 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_B(t) = 3,5 \cdot 10^{-4}$. Struktura niezawodnościowa systemu została przedstawiona poniżej.



Przy pomocy programu „Struktura” wyznacz funkcję niezawodności $R(t)$ tego systemu.

- 5) Do zapewnienia normalnej pracy bloku energetycznego konieczna jest praca co najmniej 4 spośród 6 zainstalowanych młynów węglowych. Niezawodność każdego z młynów jest jednakowa i wynosi $p = 0,98$. Oblicz niezawodność pracy całego zespołu młynów.

- 6) Oblicz prawdopodobieństwo pokrycia obciążenia 100 MW przez elektrownię składającą się z 3 jednakowych zespołów (kocioł – turbozespół – transformator blokowy) o mocy 50 MW, jeśli pracują one w układzie: a) blokowym, b) kolektorowym. Przyjąć następujące niezawodności:

kotła	$p_k = 0,95;$	
turbozespołu	$p_{tz} = 0,98;$	
transformatora blokowego	$p_t = 0,999;$	
szyn zbiorczych	$p_{sz} = 0,99;$	
kolektora parowego (tylko w układzie kolektorowym)		$p_{kp} = 0,99.$

4. Sprawozdanie

Sprawozdanie powinno zawierać:

- 1) Tabelę tytułową (nazwa i numer ćwiczenia, nazwiska i imiona wykonujących ćwiczenie, data wykonania ćwiczenia oraz data oddania sprawozdania);
- 2) Rozwiązania zadań wraz z opisem i koniecznymi wykresami i schematami;
- 3) Wnioski i obserwacje z wykonanego ćwiczenia.

5. Literatura

- [1] Paska J.: Niezawodność systemów elektroenergetycznych. Oficyna Wydawnicza PW. Warszawa 2005